

A KARSZTOSODÁS SORÁN KIALAKULT TÖRMELÉKZÓNA MODELLEZÉSE

MODELLING OF THE DEBRIS ZONE THAT DEVELOPED DURING KARSTIFICATION

**DEÁK GYÖRGY – PÉNTEK KÁLMÁN – FÜZESI ISTVÁN –
VETÉSI-FOITH SZILÁRD – VERESS MÁRTON**

ELTE SEK Földrajzi- és Földtudományi Intézet, Földrajz Tanszék,
9700 Szombathely, Károlyi Gáspár tér 4. veress.marton@sek.elte.hu

Abstract: This study investigates the denudation way of the karst surface by models. According to the geomorphological model, a debris zone develops during dissolution, the subsidence of the surface is caused by the dissolution of debris pieces. The debris zone and its dissolution was modelled on plaster in laboratory. In the model we get data on the saturation rate of the percolating water. Based on the saturation rate, the mathematical model of karst denudation can be determined. With the model the subsidence rate of the surface can be given based on the input data.

Keywords: debris zone, saturation curve, geomorphological model, laboratory model, mathematical description of the model

Bevezetés

A beszivárgó oldat telítődésének figyelembevételével a törmelékzónás modellel leírható a karsztos felszín pusztulása. E tanulmány célja, hogy a telítődéshez laboratóriumi mérésekkel adatokat szolgáltatassunk, miáltal a geomorfológiai modell a matematikai modellből következő számításokkal működtethető.

A daviszi ciklustan a nem karsztos kőzetekből felépülő felszínnek felszínfejlődését tárgyalja. A ciklustan a felszín fejlődésében fázisokat különböztet meg, amelyek a végső lepusztulási szint (szenilis állapot, vagy végső tönk) különböző állomásai.

A karsztos felszínfejlődési felfogások egyik csoportja szerint a karszt felszínfejlődésében is vannak fázisok, amelyeket különböző méretű, vagy különböző karsztos formák képviselnek. Ezen irányzathoz tartozó elméletekre jellemző az is, hogy a felszínfejlődés ciklikus. A karsztos felszínfejlődésnél hosszabb-rövidebb ideig szünetelhet is a folyamat mielőtt a szenilis felszín a lepusztulása során elérné a karszt erózióbázisát. A felszín fejlődése történhet dolinák, uvalák (*GRUND* 1914, *CVIJIC* 1918), karrok (*CVIJIC*

1924, WILLIAMS 1966) kialakulásával és fejlődésével, vagy a karsztnak fedett karszttá, valamint szigethegyes karszttá alakulása során (WALTHAM, FOOKES 2003).

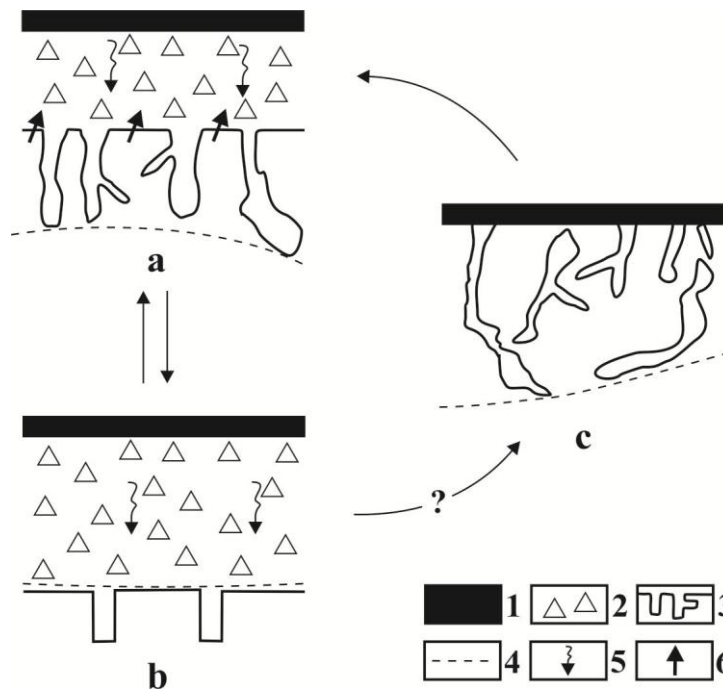
A másik felszínfejlődési elmélet csoport a karszt felszínfejlődését nem köti formaképződéshez. A felszínfejlődés nem ciklikus, a lepusztulás folyamatos. Akkor fejeződik be, ha a karszt felszíne eléri az erózióbázisát. SAWICKI (1909) felszínfejlődési elmélete szerint a karszton karsztos és nem karsztos (eróziós) lepusztulás váltakozik. Utóbbi akkor megy végbe, ha mállási maradék keletkezik. CUI et al. (2002) felfogása sem köthető felszíni formák kialakulásához: trópusi karszton a kőzet folytonos, megszakítatlan oldódása és így a felszín alacsonyodása során mállási maradék keletkezik, amely a karsztba szállítódik. Az alább bemutatásra kerülő modell ez utóbbi felszínfejlődési csoportba sorolható.

A geomorfológiai modell

Az eredeti modellben (VERESS, PÉNTÉK 1990, 1996) három zónát különítettünk el: az I. zónát, amely a talajnak, a II. zónát, amely az oldódás során keletkezett mészkőtörmeléknek, a III. zónát, amely a törésekkel átjárt karsztos fekének felelt meg. A továbbfejlesztett modellnek nem előfeltétele az I. zóna megléte, miután karsztos eredetű törmelék karrosodás során is keletkezik csupasz mészkövön (WILLIAMS 1966). A III. zónát a karszt epikarsztos zónájának tekintjük. Ugyanis a feké felszíne alatt egy változó vastagságú zóna az epikarsztos zóna helyezkedik el, ahol a kőzet másodlagos porozitása akár tízszeresen is meghaladhatja e zóna alatti kőzetrésznek a másodlagos porozitását (WILLIAMS 2008). Az epikarszt üregekkel, járatokkal, karrokkal átjárt. Alatta a porozitás azért csökken le, mert alsó felületénél húzódik, vagy húzódott a beszivárgó vizek telítődési szintje.

Modellünk szerint a feké epikarsztos zónájából az üregek, járatok, karrok növekedése során törmelék keletkezik (*1a. ábra*). A keletkezett törmelék vastagsága két folyamattól függ: a törmelék daraboknak a felszín felőli felemésztődésétől és alulról a feké felőli törmelék pótlódásától. A törmelék darabok felemésztődését a darabok oldódása okozza és a törmelékzóna vékonyodásával, valamint a karszt felszínének a süllyedésével jár. Alulról pótlódását, és így a törmelékzóna vastagodását a fekéközetből oldódása során keletkezett törmelék darabok okozzák. A törmelékzóna akkor vastagodik, ha fogyását a pótlódás meghaladja és akkor vékonyodik, ha a fogyás lesz a nagyobb. Vastagodása esetén a telítődési szint az epikarszt alsó felületétől a felszín irányába tolódik (*1b. ábra*). Akkor, ha a telítődési szint a feké felszínénél, vagy magasabban a törmelékzónában húzódik újabb

törmelék nem keletkezik. A törmelék zóna vastagodása leáll mindaddig, amíg a törmelék oldódásos fogyásával olyan mértékben vékonyodik el, hogy a telítődési szint már a fekü felszíne alá kerül. (Ekkor ismételten vastagodhat.) A törmelék teljes felemésztyődését követően (ez akkor lehetséges, ha a kivékonyodása intenzívebb, mint a vastagodása) az epikarsztos zóna vastagodhat (1c. ábra).



1. ábra: A törmelékzóna kialakulása és fejlődése

Jelmagyarázat: 1. talaj, 2. törmelék zóna, 3. epikarszt, 4. telítődési szint, 5. vízszivárgás, 6. a fekü oldódásával törmelék keletkezik, a. a törmelékzóna vastagodhat, b. a törmelékzóna vékonyodhat, c. törmelékzóna nincs

Fig. 1. The evolution and development of the debris zone

Legend: 1. soil, 2. debris zone, 3. epikarst, 4. saturation level, 5. percolation, 6. debris develops with the dissolution of the bedrock a. the debris zone can thicken, b. the debris zone can grow thinner, c. there is no debris zone

A fenti modell hasonlóságot mutat a szavanna típusú tönkösödést leíró modellel (BÜDEL 1957). Szavanna típusú tönkösödésnél a szálabban álló kőzetből mállási maradék (ez megfelel a törmelékzónának) keletkezik, amely nem oldódással, hanem erózióval pusztul és vékonyodik. (Vékonyodásával a felszíni vizek a fekü felszínét nagyobb eséllyel érhetik el, fenntartva az ott végbemenő mállást.)

Anyag és módszer

A törmeléken áthaladó víz telítődési jellemzőinek (telítődési ütem, telítődést befolyásoló tényezők, telítődési mélység) vizsgálatára gipsz anyagú törmelékzónát alakítottunk ki. Azért gipszből, mert annak oldódása gyorsabb, mint a mészkőé és a folyamathoz nem szükséges CO_2 . Kísérletünket fizikai analóg modellen végeztük. Ilyen modellt elsőként VERESS et al. (1998) használt. A fizikai analóg modellként működő kísérleti eszköz jellemzői az alábbiak:

- A törmeléket mintázó darabokat szobrászati gipszből alakítottuk ki, amelyek alakja kocka. A kockák élhosszúsága 2,0, 1,0, 0,5 cm-es volt. Egy kísérlet törmelékzónáját azonos méretű kockákból építettük fel. Kísérletenként változtattuk a törmelékzóna vastagságát: 2, 4, 6, 8 és 10 cm-re.
- Az oldószer desztillált víz, így az oldószer változó és állandó keménységet képező ionokat nem tartalmazott.
- A törmelékzóna összfelületére 250 cm^3 desztillált vizet adagoltunk kísérletenként 24 ± 2 min. idő alatt. Így egységnyi idő alatt (1 min.) egységnyi felületre (1 cm^2) $0,368 \text{ cm}^3$ desztillált víz, azaz oldószer hullott. Ha ezt a mennyiséget órára számítjuk, akkor a kísérlet során 22,11 mm oldószer (desztillált víz) érintkezett a gipsszel. A 10 cm-es vastagságú törmelékzónát használtuk fel a 20, 30, 40 stb. cm vastagságú törmelékzónák kialakítására az alábbi módon. A 10 cm-es vastagságú törmelékzónán áthaladt 250 cm^3 , most már oldat, teljes mennyiségének lecsepegését megvártuk. Majd ugyanazzal a sebességgel, azaz azonos idő alatt (24 ± 2 min.) ismét átjuttattuk a reakciótérre.

- A kísérleti eszköz és funkciójának bemutatása

A kísérleti eszköz (2. ábra) négy tagból épül fel. Felül helyezkedik el az adagolóedény, ami 500 cm^3 -es csepegtető tölsér, alul állítható csappal. Ebbe az eszközbe öntjük a 250 cm^3 oldószert (desztillált vizet), vagy ismételt feltöltésnél, a már a 10 cm-es rétegen áthaladt oldatot. Ez alatt helyezkedik el az oldószert, vagy oldatot szétoszlató (diszpergáló) edény. Ennek az edénynek az alján sűrűn átluggatott, 6 cm átmérőjű rézlemez van, ennek nagysága $28,26 \text{ cm}^2$. A fémkorongon több rétegben, a koronggal azonos átmérőjű, kör alakú szűrőpapír található. Ezek az eszközök segítik a csepenként érkező víz szétoszlását (diszpergálását). Ez alatti rész a reakciótér. Itt játszódik le az oldódás folyamata, az adott vastagságú, az azonos méretű törmelékzónán. A reakciótér belső átmérője 6 cm, magassága 10 cm, így térfogata $188,4 \text{ cm}^3$. A reakciótér alján a gipszkockák meg-

tartását szolgálja, az ugyancsak sűrűn átluggatott, 6 cm-es rézkorong lemez. A folyadék folyamatosan áthalad a törmelékzónán és a szedő edénybe hull. Az oldatot felfogó szedőedény alja csappal ellátott. A szedőedénybe felgyűlt oldatot a csap megnyitásával tároló edénybe vezetjük.



2. ábra: A kísérleti eszköz
Fig.2. Laboratory instrument

- A kísérleti eszköz működtetése

Az analóg modell működtetése az adott szemcseméretből (pl. 1,0 cm) adott vastagságú (pl. 10 cm) törmelékzóna felépítésével kezdődik. Majd a kockák felületét aktiváljuk a desztillált vízzel. A desztillált vízzel történő mosás eltávolította a porló anyagi részeket, és vízzel feltöltötte a gipszkockák ka-

pilláris hézagterfogató. Ez a jelenség a természetben is hasonló módon lejátszódik. Ezt követően feltöltjük az adagoló edényt a 250 cm^3 desztillált vízzel. Majd beállítjuk az adagolóedényből lecspepítő oldószer percnkénti cseppszámát a szabályzó csap és időmérő eszköz segítségével (2. ábra). Kísérleteinkben a percnkénti cseppszám 20 ± 5 csepp volt. Ezzel a módszerrel a folyadék áthaladásának sebességét minden vizsgálat esetére azonosítottuk. A reakciótereen áthaladó folyadék felfogásánál figyeltünk arra, hogy a 250 cm^3 oldószer lefolyjon a rendszerből. A 2, 4, 6, 8, 10 cm-es vastagságú törmelékzónán az oldószer (desztillált víz) a már jelzett sebességgel egyszerűen haladt át. A nagyobb rétegvastagságú törmelékzónák vizsgálatára a már említett módon, kellő számú újrafeltöltés történt az adagoló edénybe.

- A keletkező oldatok koncentrációjának meghatározása

A keletkezett 250 cm^3 ismeretlen koncentrációjú kalcium-szulfát oldat előkészítése a kémiai vizsgálatra az alábbi módon történt:

A 250 cm^3 oldatból 100 cm^3 -t centrifugáltunk, percnként 5.000 fordulatszám mellett, 5 percig. Ezzel az eljárással a fel nem oldott esetlegesen jelentkező törmelékeltávolítottuk.

Az oldottanyag tartalom meghatározása az oldott kalcium-szulfát kalcium-ion mennyiségének a mérésével történt (Barcza 2009). A kalcium-iontartalom vizsgálatát térfogatossal, komplexometriás módszerrel végeztük. A mérőoldat az etilén-diamin-tetra acetát – nátrium sója volt (SELECTON B₂, vagy EDTA).

A mérőoldat koncentrációja $0,01785\text{ mol/dm}^3$. A mérést 10 pH-n, eriochróm fekete T-indikátor jelenlétében, 10 cm^3 -es mintán többszörösen megismételt titrálással végeztük. Murexid-indikátor helyett azért alkalmaztunk eriochróm fekete T-indikátort, hogy az esetleges szennyező magnézium-ion leoldódását is mérésünkbe foglaljuk.

Mérési eredményeink értékelése megkívánta a telített kalcium-szulfát oldat létrehozását (SZABÓ, NYILASI 1978). Kísérleteink oldatait e standardhoz viszonyítottuk. Ezáltal megállapíthattuk adott oldatnak a telítődéshez képesti koncentrációját, valamint az oldat telítődési ütemét. Így a különböző vastagságú és szemcseméretű törmelékzónák oldatainak a telítődési üteme összehasonlítható. A kalcium-szulfát telített oldatának meghatározására olyan oldatot készítettünk, amelyben a 250 cm^3 desztillált vízbe addig adagoltuk és 72 órán át rázással addig oldottuk a gipszet, míg az az oldat alján (szobahőmérsékleten és nyomáson) maradandóan szilárd fázist nem alkotott. Az így keletkezett telített oldat kalcium-ion koncentrációját az előzőekben bemutatott módon határoztuk meg.

A mérési eredmények kiértékelése

Kvalitatív kiértékelés

A különböző szemcseméretű (0,5, 1,0, 2,0 cm) kockákhoz köthető, fokozatosan vastagodó törmelékzónákon (2,4,8 stb.) áthaladó desztillált víz (oldószer) koncentrációját g/dm^3 -ben három táblázatban (I, II, III. táblázatok) foglaltuk össze.

I. táblázat

Table I.

A 0,5 cm-es élhosszúságú kockákból felépített különböző vastagságú törmelékzónák oldott gipszkoncentrációinak adatai

Data of dissolved plaster concentrations of debris zones with various thickness made up of cubes with an edge length of 0,5 cm

A kísérlet sorszáma	A törmelékzóna vastagság x[cm]	Mérőoldat átlagfogyása cm^3	Koncentráció $\text{C}[\text{g}/\text{dm}^3]$
1.	2	3,70	0,8956
2.	4	4,66	1,0743
3.	6	5,70	0,3837
4.	8	6,55	1,5900
5.	10	6,70	1,6265
6.	20	7,00	1,6993
7.	30	7,40	1,7964
8.	40	8,50	2,0634
9.	50	8,75	2,1241
10.	60	8,80	2,1362
11.	80	8,90	2,1665
12.	100	9,00	2,1848

A mérési adatok (koncentráció: g/dm^3 -ben) jelzik, hogy a törmelékzóna vastagságának a növekedésével az azon áthaladó oldatok koncentrációja egyre jobban megközelíti a telített oldat koncentrációját, azaz $2,233 \text{ g}/\text{dm}^3$ -t. A teljes telítettség megközelítése a kisebb törmelék méreteknél (0,5 cm) nagyobb (I, II, III. táblázat, 3. ábra). Ennek a jelenségnek a magyarázata a fajlagos felület növekedésével magyarázható. A fajlagos felület 1 dm^3 térfo-

gatra számítva a 2 cm élhosszúságú kockák esetén 3.000 cm², az 1 cm-eseknél 6.000 cm², míg a 0,5 cm élhosszúságú kockák esetén 12.000 cm². Az aktív felület arány a reakcióterben is (a szoros illesztés miatt) 1:2:4 volt, azaz az elméletileg számított fajlagos felülettel azonos. Az aktív felület növekedése tükröződik a keletkező oldatok koncentrációjában nemcsak törmelékzóna vastagságokként, hanem a törmelékzónát alkotó szemcsék mérete szerint is (I, II, III. táblázatok).

Az oldatok telítődésének különbsége nem arányos a különböző méretű kockák aktív felületének a különbségével. Ennek oka, hogy a vertikális irányban mozgó folyadék az aggregált hézagterfogatokon keresztül igénybe veszi az aktív felületeket, de nem a szemcseméretre köthető aktív felületek arányában.

II. táblázat

Table II.

Az 1 cm-es élhosszúságú kockákból felépített különböző vastagságú törmelékzónák oldott gipszkoncentrációinak adatai

Data of dissolved plaster concentrations of debris zones with various thickness made up of cubes with an edge length of 1 cm

A kísérlet sorszáma	A törmelékzóna vastagság x[cm]	Mérőoldat átlagfogyása cm ³	Koncentráció C[g/dm ³]
1.	2	3,22	0,8811
2.	4	4,03	0,9785
3.	6	4,42	1,039
4.	8	4,45	1,082
5.	10	4,83	1,1709
6.	20	5,89	1,4253
7.	30	7,49	1,8196
8.	40	7,99	1,9396
9.	50	8,09	1,9638
10.	70	8,29	1,9888
11.	100	8,60	2,0877

III. táblázat

Table III.

Az 2 cm-es élhosszúságú kockákból felépített különböző rétegvastagságú törmelékzónák oldott gipszkoncentrációinak adatai

Data of dissolved plaster concentrations of debris zones with various thickness made up of cubes with an edge length of 2 cm

A kísérlet sorszáma	A rétegvastagság x[cm]	Mérőoldat átlagfogyása cm ³	Koncentráció C[g/dm ³]
1.	2	2,85	0,6919
2.	4	3,70	0,8982
3.	6	4,15	1,0070
4.	8	4,75	1,1531
5.	10	5,10	1,2381
6.	20	6,00	1,4982
7.	30	6,85	1,6629
8.	40	7,20	1,7479
9.	50	7,35	1,7838
10.	60	7,50	1,8207
11.	80	7,75	1,8814
12.	100	7,80	1,8935

Kvantitatív kiértékelés

A mészkő törmelékes zónát képező karsztos denudációjának matematikai modelljét VERESS –PÉNTEK (1990), SZUNYOGH (1994) és PÉNTEK (2007, 2008) dolgozták ki. Az elmélet szerint a lefelé szivárgó oldószer a törmelékes zónán áthaladva a megtett út függvényében exponenciálisan telítődik. Ezért a mérési adatok felhasználásával kívánjuk eldönteni, hogy a telítődési görbe valóban exponenciális-e (I, II, III. táblázatok). Ezáltal megbízható alapot teremtve a matematikai modellhez.

A mért adatok felhasználásával keressük tehát a lefelé szivárgó telítődő oldat Ca koncentrációját mérő $C[g/dm^3]$ mennyiséget a törmelékes zónában megtett $x[mm]$ út függvényében a

$$C = C_e \cdot (1 - e^{-\lambda x}) \quad (1)$$

alakban, ahol C_e az oldat egyensúlyi (telítési) koncentrációja, továbbá $\lambda[1/mm]$ a telítődés ütemét kifejező alkalmas paraméter.

Az $(x, C(x))$ mérési pontokhoz a legkisebb négyzetek módszerén alapuló regressziószámítás alapján szeretnénk a legalkalmasabb (1) alakú függvényt illeszteni. Ezért elsőként alkalmas transzformációval az (1) függvényalakot linearizáljuk úgy, hogy előbb rendezzük, majd képezzük mindkét oldal természetes alapú logaritmusát. Ennek eredményeként jutunk a

$$\ln(C_e - C) = (-\lambda) \cdot x + \ln C_e \quad (2)$$

összefüggéshez, amelyet összevetve a regressziós egyenes

$$Y = Ax + B \quad (3)$$

alakjával, az

$$Y = \ln(C_e - C), \quad A = -\lambda, \quad B = \ln C_e \quad (4)$$

egyenleteket kapjuk.

IV. táblázat
Table IV.

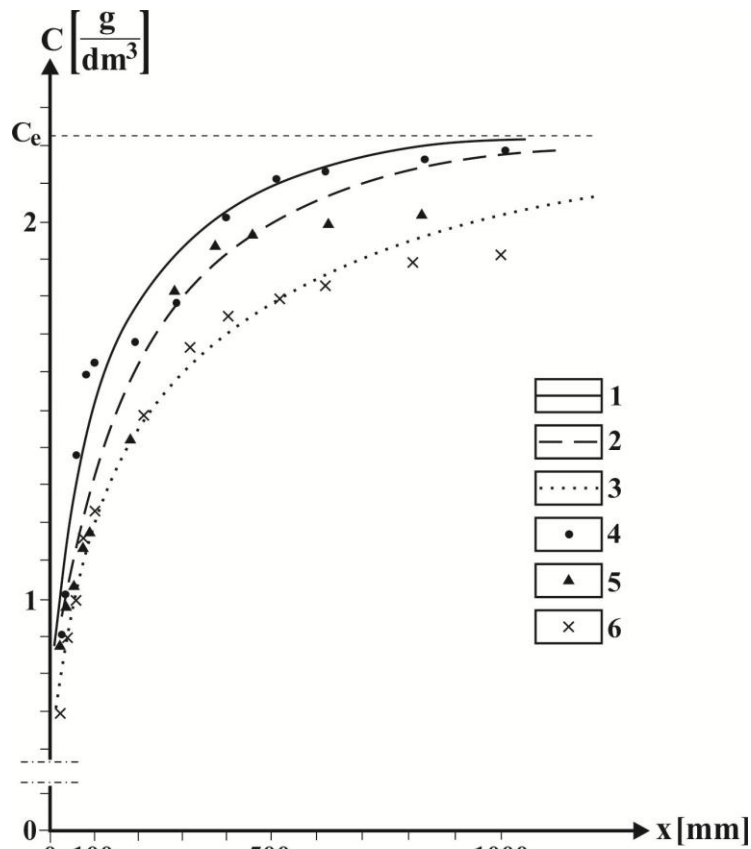
A korreláció- és a regressziószámítás eredményei
Results of correlation calculation and regression calculation

Törmelékkocka mérete [cm]	Regressziós egyenes egyenlete	$C = C_e$ függvény	Korrelációs együttható négyzete
0,5	$Y = -0,00341x - 0,01071$	$C = 2,233 \cdot (1 - e^{-0,00341x})$	$R^2 = 0,9260$
1	$Y = -0,00283x + 0,23649$	$C = 2,233 \cdot (1 - e^{-0,00283x})$	$R^2 = 0,9250$
2	$Y = -0,00156x + 0,16290$	$C = 2,233 \cdot (1 - e^{-0,00156x})$	$R^2 = 0,8558$

Gipsz esetén a laboratóriumi körülmények között a telítési koncentráció értéke: $C_e = 2,233[g/dm^3]$. A fenti ismeretek alapján már elvégezhetjük a korreláció- és regressziószámítást a mért értékpárokra 0,5 cm, 1 cm és 2 cm élhosszúságú törmelékkockákból felépített törmelékes oldási zóna esetén. A számítások eredményét a *IV. táblázat* mutatja.

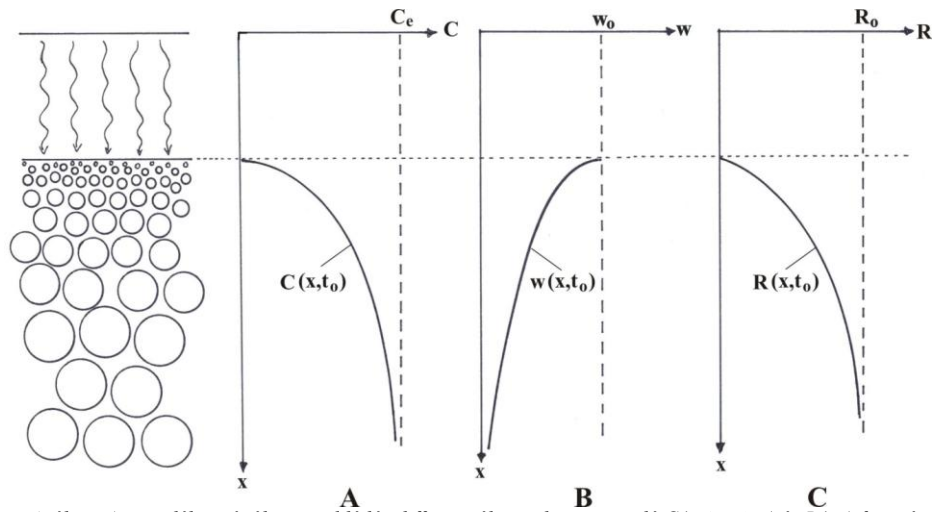
A $C = C(x)$ függvényeket közös koordináta-rendszerben ábrázolva a *3. ábrát* kapjuk. A grafikonok elemzéséből jól látható, hogy a telítődési folyamat valóban nagy pontossággal exponenciális függvénnyel írható le.

Megállapíthatjuk továbbá azt is, hogy minél kisebb a törmelékkockák mérete, s így minél nagyobb a törmelékes zónában a karsztos oldásnak kitett felület, annál gyorsabb ütemben telítődik az oldat, amit a 3. ábrán bemutatott telítődési görbék mutatnak.



3. ábra: A $C=C(x)$ függvény grafikonja 0,5 cm, 1 cm és 2 cm élhosszúságú gipszkockák esetén
 Jelmagyarázat: 1. 0,5 cm élhosszúságú kockák esetén a mérési értékek, 2. 1 cm élhosszúságú kockák esetén a mérési értékek, 3. 2 cm élhosszúságú kockák esetén a mérési értékek, 4. 0,5 cm élhosszúságú kockákhoz tartozó függvénygörbe, 5. 1 cm élhosszúságú kockákhoz tartozó függvénygörbe, 6. 2 cm élhosszúságú kockákhoz tartozó függvénygörbe

Fig. 3. Graph of the function $C=C(x)$ in case of plaster cubes with an edge length of 0,5 cm, 1cm and 2cm
 Legend: 1. measurement values in case of cubes with an edge length of 0,5 cm, 2. measurement values in case of cubes with an edge length of 1 cm, 3. measurement values in case of cubes with an edge length of 2 cm, 4. function curve belonging to cubes with an edge length of 0,5cm, 5. function curve belonging to cubes with an edge length of 1 cm, 6. function curve belonging to cubes with an edge length of 2 cm



4. ábra: A törmelékes zónában az oldódás differenciálegyenleteit megadó $C(x,t)$, $w(x,t)$ és $R(x,t)$ függvények alakja a t_0 időpontban (Péntek 2008)

Fig. 4. The shape of functions $C(x,t)$, $w(x,t)$ and $R(x,t)$ giving the differential equations of the dissolution in the debris zone at a time of t_0 (Péntek 2008)

A matematikai modell a mérési eredmények tükrében

A mészkő törmelékes oldódási zónát képező denudációs folyamatának első matematikai leírása VERESS, PÉNTÉK (1990, 1996) munkájában jelent meg. Egy további matematikai modellt mutat be SZUNYOGH (1994) dolgozata. Az első matematikai modell finomítását PÉNTÉK (2001), annak további fejlesztését PÉNTÉK, VERESS (2002) munkájában olvasható. A matematikai modellek további fejlesztésével alakult ki az exponenciális modell, amely a korábbi modellekre támaszkodva PÉNTÉK (2007, 2008) munkája. A mészkő karsztos pusztulását leíró egyenletrendszer az

$$\begin{aligned}
 v \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1-\kappa}{\kappa} \cdot \rho_{k\ddot{o}} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} &= 0 \\
 \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{3}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial t} \\
 -\frac{\partial R}{\partial t} &= \frac{C_e - C}{\rho_{k\ddot{o}}} \cdot \left(\frac{1}{k_K} + \frac{16}{85} \cdot \frac{R}{\sqrt[3]{D^2 \cdot v}} \right)^{-1}
 \end{aligned} \tag{5}$$

alakban írható fel, ahol

v a lefelé szivárgó oldószer áramlási sebessége;

- C az oldószernek a törmelékes zóna adott pontjában és időpillanatban mérhető $CaCO_3$ koncentrációja;
- x a törmelékes oldódási zóna kezdő időpontban mért felső peremétől mért távolság;
- κ a törmelékes oldódási zónát alkotó törmelékgömbök hézagterfogata;
- $\rho_{kő}$ a $CaCO_3$ sűrűsége;
- w a lefelé mozgó törmelékgömböknek a törmelékes zóna adott pontjában és időpillanatban mérhető süllyedési sebessége;
- R a törmelékgömböknek a törmelékes zóna adott pontjában és időpillanatban mérhető sugara;
- t az oldási folyamat kezdő időpontja óta eltelt idő;
- C_e az oldószer oldási rendszerre jellemző egyensúlyi telítési $CaCO_3$ koncentrációja;
- k_K a $CaCO_3$ kémiai oldódásának sebességi állandója;
- D az oldási rendszer diffúziós állandója;
- ν az oldási rendszer kinematikai viszkozitási tényezője.

Ebben az egyenletrendszerben ν , κ , $\rho_{kő}$, C_e , k_K , D és ν mennyiségek értéke ismert, vagy ismert értékek felhasználásával meghatározható. Feladatunk a $C = C(x, t)$, $w = w(x, t)$ és $R = R(x, t)$ függvények meghatározása. Az egyenletrendszer részletes megoldását Péntek (2008) dolgozata tárgyalja, amelynek eredményeként

$$\begin{aligned}
 C(x, t) &= C_e \cdot (1 - e^{-\lambda(x-w_0t)}) \\
 w(x, t) &= w_0 \cdot e^{-\lambda(x-w_0t)} \\
 R(x, t) &= R_0 \cdot e^{\frac{e^{-\lambda x} - e^{-\lambda(x-w_0t)}}{3}}
 \end{aligned} \tag{6}$$

összefüggéseket nyerjük, itt $x \geq w_0 \cdot t$, ahol w_0 jelöli a törmelékes zóna felső széléhez tartozó törmelékgömbök süllyedési sebességét. A (6) függvények grafikonjait a 4. ábra szemlélteti. Mindhárom függvény grafikonja a törmelékes zóna felső pereméhez szemléletesen mintegy hozzáragasztva azzal együtt süllyed a törmelékes zóna felső részének lefelé történő eltolódása közben. A térszín lealacsonyodását követve süllyed tehát a t idő függvényében a $C(x, t)$ telítődési görbe is, amelynek egy pillanatfelvételt modelleztük és vizsgáltuk a dolgozat korábbi részében a gipszben végzett modellkísérlet segítségével.

Következtetések

A kísérleti adatok kvalitatív és kvantitatív elemzése igazolja az elméletnek azon részét, amely az oldószer telítődését a törmelékzóna vastagságára és annak aprózottságára vonatkoztatja. Nem vizsgálta (és nem is vizsgálhatta) az oldhatóságot befolyásoló tényezőként a CO_2 szerepét.

A törmelékes zónán átszivárgó oldat koncentrációjának alakulását exponenciális függvények írják le, amelyekre illeszthető, mint ahogy eddig is feltételeztük, a matematikai modell.

Az a törmelékvastagság, amelynél az oldószer teljes mértékben telítődik, a függvények alakjából extrapolálható. Ez nem éri el, csak aszimptotikusan közelíti meg a teljes telítettséget. A törmelékzóna aprózottságának szerepét 0,5 cm, 1 cm és 2 cm élhosszúságú kockákból felépített modellel vizsgáltuk, az egyes függvények görbéi jól elkülönülnek. Ez a törmelék aprózottságának szerepét igazolja a telítődés folyamatában, szintén az elméleti modell állításaival összhangban.

IRODALOM

- BARCZA L.* (2009): A mennyiségi kémiai analízis gyakorlati kézikönyve – Budapest Medicina Kiadó 297 p.
- BÜDEL J.* (1957): Die doppelten Einebrungsflächen in dem feuchten Tropen – Zeitschrift für Geomorphologie 1 pp. 201–288.
- CUI Z, LI D, FENG J, LIU G, LI H* (2002): The covered karst, weathering crust and karst (double-level) – Science in China 45 pp. 366–378.
- CVJIČ J.* (1918): Hydrographie suterraine et evolution morphologique du karst – Trav. Inst. Géogr. Alpine 6(4) pp. 375-426.
- CVJIČ J.* (1924): The evolution of lapiés a study in karst physiography – Geogr. Rev. XIV pp. 26-49.
- GRUND A.* (1914): Der geographische Zyklus im Karst – Ges. Erdkunde 52 pp. 621-640.
- PÉNTEK, K.* (2001): Karsztosodó mészkő térszínének lepusztulásának matematikai modellje – Karsztfejlődés VI. pp. 13-25.
- PÉNTEK, K.* (2007): A horizontális karsztosodás egyenletrendszerének levezetése elemi tárgyalással – Karsztfejlődés XII. pp. 53-70.
- PÉNTEK, K.* (2008): A horizontális karsztosodás egyenletrendszerének egy egyszerű megoldása – Karsztfejlődés XIII. pp. 5-22.
- PÉNTEK, K., VERESS, M.* (2002): A karsztos lepusztulás sebességének kiszámítása egy törmelékes oldódási zóna adatainak felhasználásával – Karsztfejlődés VII., BDF Természetföldrajzi Tanszék, Szombathely, pp. 73-

86.

SAWICKI L. S. (1909): Ein Beitrag zum geographischen Zyklus im Karst Geogr. Z. (Vienna) 15, pp. 185-204, 259-81.

SZABÓ Z., NYILASI J. (1978): A szervetlen kémia alapjai – Műszaki Kiadó, Budapest, 285 p.

SZUNYOGH, G. (1994): A horizontális karsztos lepusztulás folyamatának matematikai modellezése – A Berzsenyi Dániel Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei IX. Természettudományok 4. pp. 173-201.

VERESS M., PÉNTEK K. (1990): Kísérlet a karsztos felszínnek denudációjának kvantitatív leírására – Karszt és Barlang I. pp. 19-27.

VERESS M., PÉNTEK K. (1996): Theoretical model of surface karstic processes – Zeits. f. Geomorph 40(4) pp. 461-476

VERESS M., PIDL K., MANTLER M. (1998): Gipsz karsztosodásának modellezése laboratóriumi körülmények között – BDTF Tudományos Közleményei XI. Természettudományok 6. pp. 147-166.

WILLIAMS P.W. (1966): Limestone pavements: with special reference to Western Ireland – Transactions of the Institute of British Geographers 40 pp. 155-172

WILLIAMS P.W. (2008): The role of the epikarst in karst and cave hydrogeology: a review. – International Journal of Speleology 37 (1) pp. 1-10.

WALTHAM A.C., FOOKES P.G. (2003): Engineering classification of karst ground conditions – Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology 36 pp. 101–118.