

KARROS VÁLYÚK MORFOMETRIAI VIZSGÁLATA A MELLÉKVÁLYÚ BECSATLAKOZÁSI HELYEK KÖZELÉBEN

MORPHOMETRIC ANALYSIS OF KARREN CHANNELS CLOSE TO THE CONNECTING POINTS OF TRIBUTARY CHANNELS

MITRE ZOLTÁN¹ – PÉNTEK KÁLMÁN¹

¹ Nyugat-magyarországi Egyetem Természettudományi Kar, Matematika és Fizikai Intézet – mitre.zoltan@ttk.nyme.hu; pentek@ttk.nyme.hu

Abstract: In the paper we examine the length of the zone of main channels with broader cross-sections close to the connecting points of tributary channels. We examine whether the same turbulence bring about these growths in cross sections at the main channels, what we recorded on a direct way at the experiments in the laboratory. We compared with the help of statistical Student's t-test the measurement data from laboratory with the data collected from the channels of karst areas. The result shows, that the length of the turbulent zone in the main channels at the connecting points of the tributary channels as a function of the slope angle in the experimental artificial channels varies on the same way like the length of the wider cross-sections at the main channels from karst areas close to the connecting points of the tributary channels. Regarding the junction angle at the connecting points of tributary channels, we had not got enough data collected from karst area to do efficient Student's t-test with the comparison of the turbulent zone data from laboratory experiment; that is why we could not present any similarity.

1. Bevezetés

A karszterületek kisméretű oldódásos formái a karrok. A csupasz felszínnek leggyakoribb formái a vályúk (rinnenkarren), amelyek változatos morfológiával és mérettel tűnnek ki a többi karrformák közül. A vályúk deciméteres szélességű, mélységű és többször 10 méteres hosszúságú nem kiékelődő, többnyire lefolyástalan nagyméretű formák. (ECKERT 1898, BÖGLI 1976, FORD-WILLIAMS 1989) Főbb fajtáik az alábbiak: kerekkar (BÖGLI 1976), Horton típusú csatornák (FORD-WILLIAMS 1989), túlfolyási csatornák (FORD-WILLIAMS 2007). A vályúk morfológiája nagyon változatos, így lehetnek aláhajló falúak, talpukon bemélyedésekkel (BÖGLI 1976, WHITE 1988) és lépcsősek (CROWTHER 1987) és belső vályúkkal tagoltak (VERESS 2010). Tanulmányunkban e karrformák egyik morfológiai jellemzőjével a kiöblösödésekkel foglalkozunk.

Az elmúlt években jelentős adatmennyiséget sikerült terepi mérések során összegyűjteni a Totes Gebirge csupasz lejtőin található vályúk szélességéről és mélységéről. E mérések korábbi feldolgozása során tapasztaltuk, hogy a mellékvályú becsatlakozási helyét követően a vályúkeresztmetszeterület nagysága megnő. A keresztmetszetenövedések tulajdonságait és

okait több korábbi tanulmányban már vizsgáltuk. Megállapítottuk, hogy a vályú keresztmetszet-terület növekedését a vályúban áramló víz turbulenciája illetve a turbulencia által megnövekedett oldódás okozza. A turbulenciához szerintünk több tényező is hozzájárul (VERESS *et. al.* 2009, VERESS *et. al.* 2010, VERESS *et al.* 2011, VERESS *et. al.* 2012).

A jelenség okának felderítésére laboratóriumi kísérleteket folytattunk, amelyek során mesterségesen létrehozott vályúban vizsgáltuk a létrejövő áramlási jelenségeket a mellékvályú becsatlakozásánál. A kísérletekből összesen 382 db adatot rögzítettünk 10 fajta becsatlakozási szög (5° - 60°) és 12 fajta lejtőszög (5° - 40°) esetére.

A laboratóriumi vizsgálatunkban T_1 jelölte az örvénylés kezdetének távolságát a becsatlakozási helytől, T_2 az örvénylés végének távolságát a becsatlakozási helytől, „ α ” a hordozó lejtő dőlésszögét, „ φ ” a fővályú és a mellékvályú közötti szöget.

A laboratóriumi kísérletek alapján megállapítottuk, hogy:

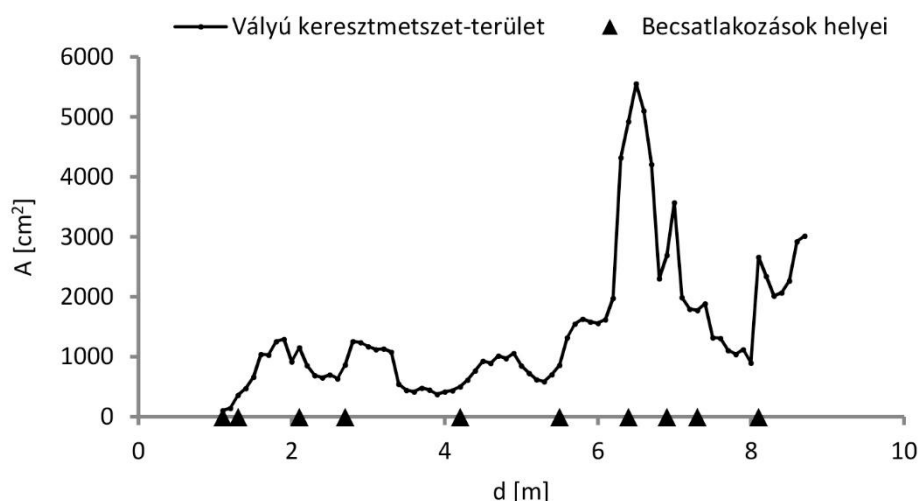
1. A laboratóriumban mért adatokhoz illesztett $T_1(\alpha)$ és $T_2(\alpha)$ regressziós egyenesek negatív meredekségűek (csökkenők), a $T_2(\alpha)$ regressziós egyenese meredekebben süllyed, mint a $T_1(\alpha)$ egyenese.
2. Tehát az örvénylési szakasz $D_1(\alpha) = T_2(\alpha) - T_1(\alpha)$ hossza a lejtőszög növekedésével csökken.
3. Bármely rögzített lejtőszög és találkozási szög feltételek mellett a $T_1(\alpha)$ és $T_2(\alpha)$ pontthalmazokhoz illesztett regressziós egyenesek lefutása független a mellékvályú hosszától (DEÁK *et. al.* 2012).
4. Az örvényességet részben vagy teljesen és így a keresztmetszet növekedését is a hordozó lejtő szögének és a mellékvályú becsatlakozási szögének a csökkenése váltja ki.

2. Módszer

Az adatelemzéshez 135 db terepi becsatlakozási hely adata állt rendelkezésünkre 17 db vályúrendszerből. Minden vizsgált becsatlakozási pontnál rendelkezünk a hordozó lejtő szögének adatával, a mellékvályú becsatlakozási szögének értékével, a becsatlakozás helyének a vályú felső végétől való távolságával és a vályú mélység és szélesség adataival. Ez utóbbiakat 10 cm-es távolságonként vettük fel, sok esetben a szélességet fél mélységben is megmértük.

A szélesség és mélység adatokból meghatározott vályúkeresztmetszet terület (A) és a vályú felső végétől mért távolság (d) függvénye alapján vizsgáltuk a kiszélesedés kezdetének (U_1), valamint végének (U_2) távolságát a mellékvályú becsatlakozás helyétől (U_0). (1. ábra)

Vizsgálatunk során a becsatlakozási helyeket jelöltük a függvényt ábrázoló koordináta-rendszer vízszintes tengelyén (U_0), majd ehhez viszonyítva (és ennek közelében) kerestük a függvényalakban bekövetkező lokális vályúkeresztmetszet növekedések kezdőpontjait (U_1), majd a lokális megnövekedések végét (U_2) ott, ahol a függvény értéke jelentős mértékben lecsökkent. E két adat ismeretében a kiszélesedő szakasz hosszát vagy a kiöblösödést (D_2) a két adat különbségéből lehet meghatározni. Ezen adathalmazt hasonlítottuk össze a laboratóriumi kísérlet adataival.



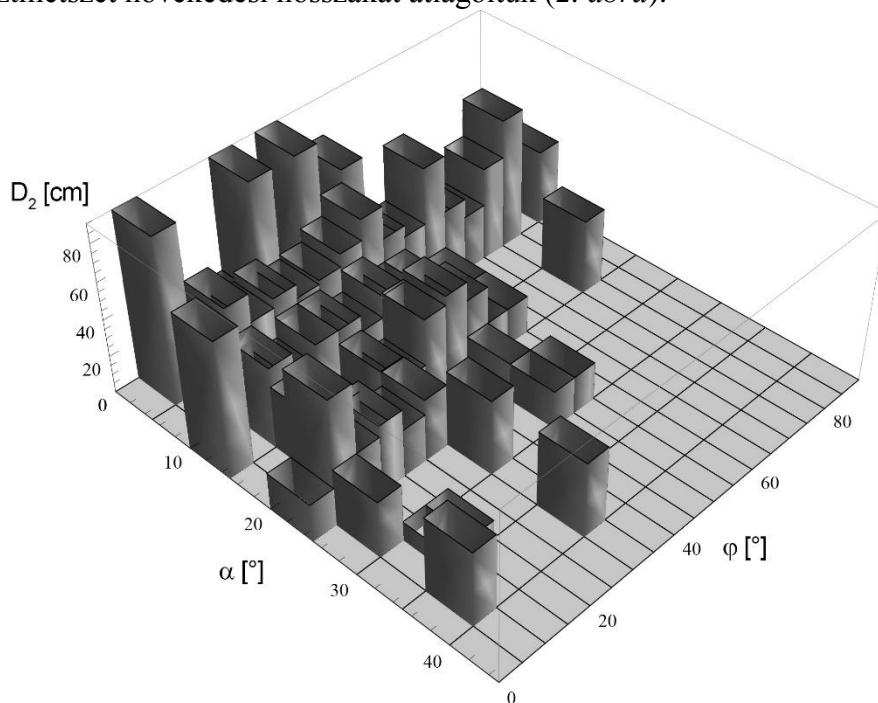
1. ábra: Az „V.1.” jelzésű vályú keresztmetszet-területének (A) alakulása a távolság (d) függvényében, jelölve a becsatlakozó mellékvályúk helyeit (U_0) is.

Fig. 1.: Changing of crosssection (A) as a function of distance (d) in the channel signed with „V.1” with marks of connecting points of tributary channels.

A vályúkeresztmetszet kiszélesedés kezdete (U_1) és vége (U_2) és így a kiszélesedés hossza (D_2) azonban pontatlan, miután a vályú adatainak mérése 10 cm-es szakaszonként történt. Így előfordulhatott, hogy a kiszélesedések kezdete és vége a vályún végrehajtott mérési helyek közé esett.

A szakaszok valós hosszának megközelítésére, ezáltal a szórás csökkentése érdekében, statisztikai eszközöket alkalmaztunk. Így adatsaládokat hoztunk létre a lejtő és becsatlakozási szögek függvényében, az adatokat 5° -os osztályközökbe csoportosítva. Vizsgálatunkban e két változótól függő családok egy „mátrix struktúrát” alkotnak, amelyet úgy kell elképzelnünk, mint egy virtuális sakkaszt, amely 0° -tól 90° -ig oldalanként $18 \times 18 = 324$ négyzet alakú csoportot (családot) foglal magába. E virtuális négyzetekbe válogattuk az egyes szakaszhosszúság értékeket annak megfe-

lelően, hogy mely feltételnek tesznek eleget. Például azon szakaszhosszak, amelyek 15° - 20° közötti lejtőszöghöz és 10° - 15° közötti becsatlakozási szöghöz tartoznak mind egy csoportba kerültek. A fentebb említett mérési pontatlanságot úgy csökkentettük, hogy az egy csoportba tartozó vályúkeresztmetszet növekedési hosszakat átlagoltuk (2. ábra).



2. ábra: Az 5° -os pontosságú mátrix-csoportokat képezve az egy csoportba tartozó kiszélesedő szakasz hossz-
szak(D_2)átlagainak ábrázolása oszlopdiagramban a lejtőszög (α), ahol ($0^\circ \leq \alpha \leq 50^\circ$) és a becsatlakozási szög
(φ), ahol ($0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$) függvényében.

Fig. 2.: Bar chart representation of the lengths of broad cross-sections on data selected into matrix-style groups with an accuracy of 5° (D_2) as a function of slope angle (α), where ($0^\circ \leq \alpha \leq 50^\circ$) and junction angle (φ), where ($0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$).

A laboratóriumi mérésnél a lejtőszöget és a becsatlakozási szöget egyenletesen, ugyanolyan mértékben változtattuk (5°). Így az ezekhez tartozó turbulencia hosszak is folytonos változást mutatnak az egyenlő nagyságú lépésközöknek köszönhetően. A terepi méréseknél az egyes mért szögekték közötti különbség nem egyenlő nagyságú. Így a változás trendje nehezebben követhető egyes szakaszokon, ahol viszonylag nagyobb szögintervallumban nincs mért adat. A fenti csoportosítással ezt a problémát is mérsékeltük.

A matematikai műveletet követően az adatokat térbeli jobbsodrású Descartes-féle koordináta-rendszerben ábrázoltuk, kétváltozós függvényként, ahol az x tengelyen a lejtőszöget(α), az y tengelyen a becsatlakozási szöget (φ) a z tengelyen pedig a kiszélesedő szakasz hosszát (D_2) vettük, ugyanazon a módon, ahogyan a laboratóriumi mérés adatait ábrázoltuk (VERESS et. al. 2013.).

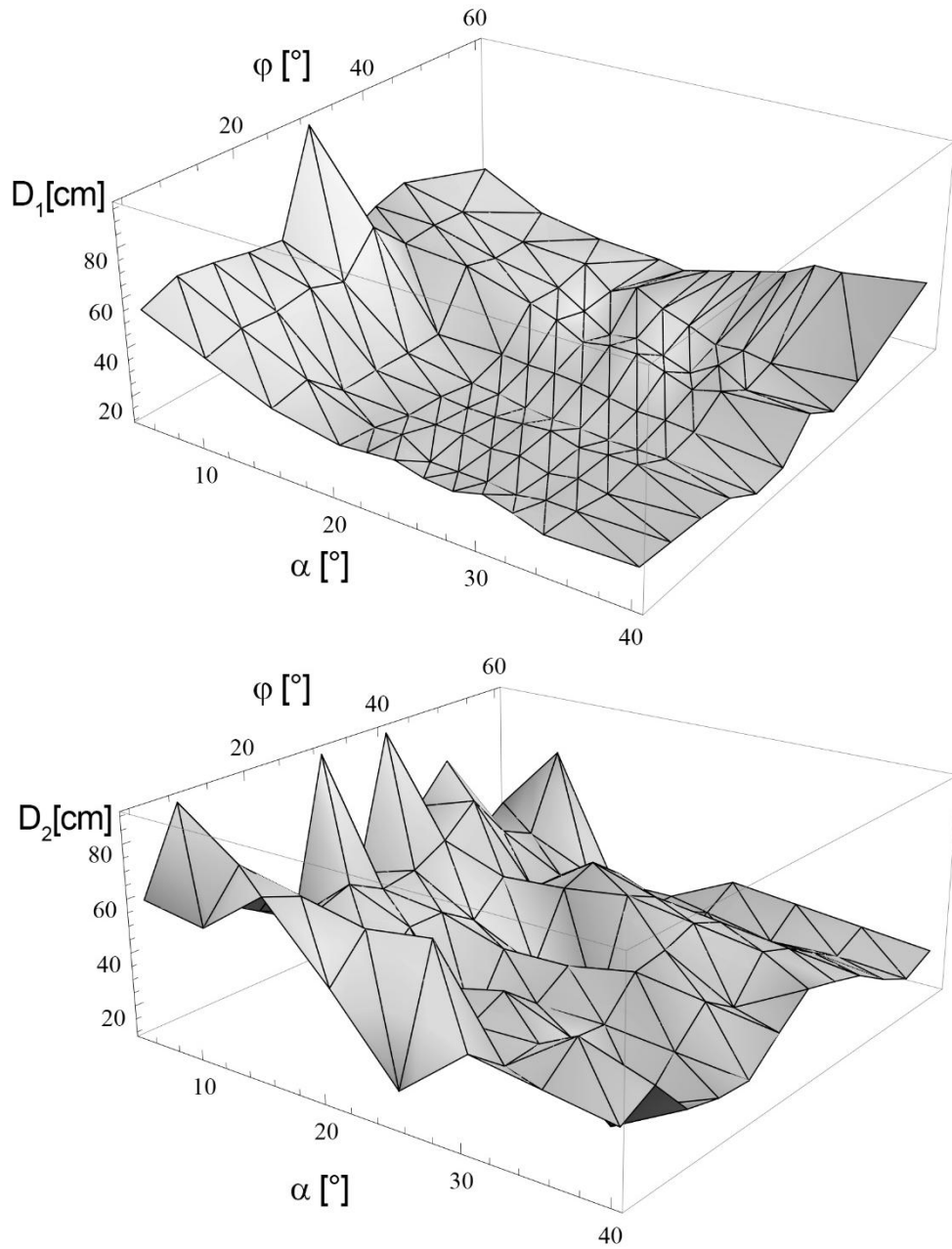
A laboratóriumi és a terepi adatokból képezett térbeli felületek összehasonlításához további műveleteket végeztünk, most már a terepi és a laboratóriumi forrásból származó adatokon párhuzamosan dolgoztunk. Átlagoltuk az egyes lejtőszög családhoz tartozó, valamint átlagoltuk az egyes becsatlakozási szög családhoz tartozó értékeket, ezeket $D_2(\alpha)$ valamint $D_2(\varphi)$ egyváltozós „függvények” (hisztogramok) módjára tudtuk ábrázolni.

Az előbbi módszerrel feldolgozott terepi (D_2) és laboratóriumi (D_1) mérésből származó adatok közötti kapcsolat eldöntésére kétmintás Student-féle t-próbát alkalmaztunk, amelyhez normálnunk kellett az adatokat.

Ez azt jelenti, hogy külön-külön a terepi és a laboratóriumi adatok esetén az összes értéket összeadtuk, majd minden értéket elosztottunk ezekkel az összegekkel a megfelelő csoportokban. Lényegében ezzel az eljárással azt kaptuk meg, hogy az egyes értékek hányad részei a teljes összegnek. A normálással a terepi és a laboratóriumi változások mérete összevethetővé válik, lévén, hogy az eljárás eredményeként a különböző nagyságú adatok változásának hasonló kiváltó ok esetén hasonlóknak kell lenni.

3. Eredmények

A terepi adatokból képzett térbeli felületet összehasonlítottuk a laboratóriumi adatokból korábban képzett analóg térbeli felülettel. A terepi adatok függvényén több lokális megnövekedést is megfigyelhetünk, amelyek egy része az adatok nagyobb pontatlanságából eredhet. Ennek ellenére jól megfigyelhető egy lokális megnövekedés, amely a $40-50^\circ$ körüli becsatlakozási szögeknél jelentkezik a lejtőszög értékének növekedése esetén is (3. ábra). Ugyanez a lokális megnövekedés megmutatkozik a $30-40^\circ$ körüli adatoknál a laboratóriumi mérések adataiból képzett térbeli felületen. Szintén megfigyelhető, hogy mindkét felület viselkedése - tehát a laboratóriumi és a terepi adatokból képzett is - csökkenést mutat mind a lejtőszög, mind a becsatlakozási szög növekedésével, amely alapján a természetben a kiöblösödés hossza, a laboratóriumban a turbulens szakasz hossza



3. ábra: A laboratóriumi és a terepi mérések alapján kapott örvénylési szakasz hosszak (D_1) és kiszélesedő szakasz hosszak (D_2) összehasonlítása a lejtőszög (α) és a becsatlakozási szög (φ) függvényében

Fig. 3. Comparison of lengths of the turbulent zone (D_1) from laboratory experiment and length of broader cross-sections zone, collected from karst area (D_2) as a function of slope angle (α) and junction angle (φ).

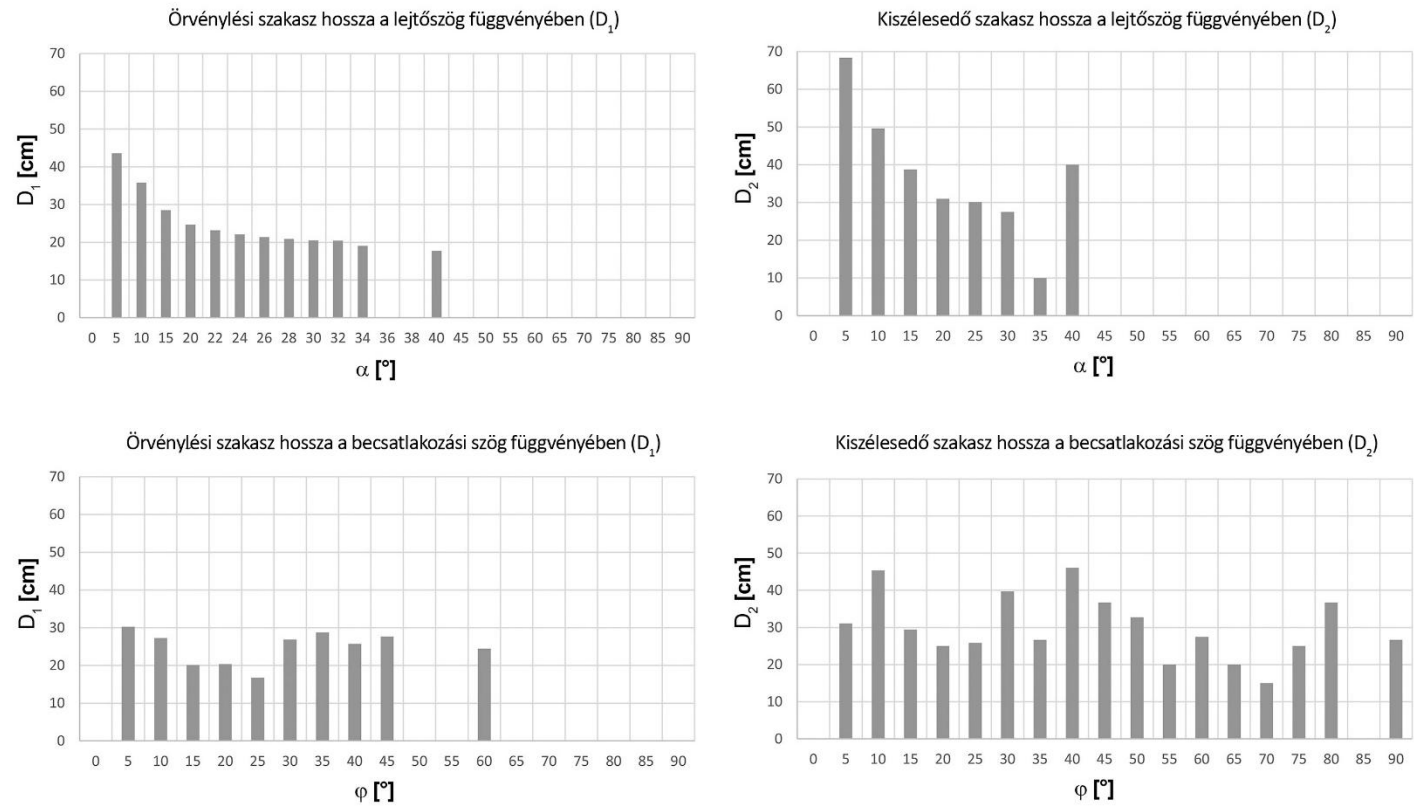
valószínűsíthetően hasonlóképpen függ a lejtőszögtől és becsatlakozási szögtől (3., 4. és 5. ábrák).

A terepi $D_2(\alpha)$ valamint a $D_2(\varphi)$ egyváltozós „függvények” (hisztogramok) esetén is a kiöblösödési szakasz hosszának értékei az előbbi megfigyelésünkkel egyezően, hasonló tendenciát mutatnak a laboratóriumi adatokból képzett $D_1(\alpha)$ és $D_1(\varphi)$ hisztogramokon ábrázolt turbulens szakasz hosszának értékeivel. Az egyes lokális megnövekedések hasonló módon és helyen jelennek meg. Tapasztalható a 40°-os becsatlakozási szög csoport körül a lokális megnövekedés, főleg a terepi adatok esetén (4. ábra).

A kétmintás t-próba során az volt a hipotézisünk (vagyis azt feltételeztük), hogy a terepi kiöblösödési és a laboratóriumi turbulencia normált értékek arányaikban hasonló módon változnak a vizsgált paraméterek függvényében. Ha ez igaz, akkor a keresztmetszet-területek megnövekedései a becsatlakozó mellékvályúból érkező víz által keltett örvénylés által jönnek létre, vagyis e kiszélesedések helye és hossza a laboratóriumi kísérletek során, direkt módon megfigyelt örvénylések helyével és hosszával arányos.

Az adatokban $\varepsilon=0,05$ hibát feltételezünk, ami azt jelenti, hogyha a számításra kerülő p_i érték $>\varepsilon$, akkor feltételezésünket igaznak mondjuk 95%-os szinten, ha a p_i érték $<\varepsilon$, akkor a feltételezésünket hamisnak mondjuk, a különbség szignifikáns a vizsgált két adatsor között 95%-os szinten. (A megengedett hiba valószínűségét a statisztikában α -val jelölik, azonban - hogy ne keverjük össze a lejtőszög jelölésével - dolgozatunkban ε -nal jelöltük).

A t próba műveletek elvégzése után a terepi és laboratóriumi mérésekből származó normált kiszélesedés valamint turbulencia szakasz hossz adatok mintáiból a lejtőszög esetén $p_1=8,9 \cdot 10^{-2}$ értéket számítottuk, amely a kitűzött $\varepsilon=0,05$ értéknél nagyobb, tehát hipotézisünket helyesnek ítéljük. A terepi és laboratóriumi mérésekből származó normált kiszélesedés valamint turbulencia szakasz hossz adatok mintáiból a becsatlakozási szög esetén $p_2=8,6 \cdot 10^{-6}$ értéket számítottuk, ami a kitűzött $\varepsilon=0,05$ értéknél jelentősen kisebb, tehát hipotézisünket ez esetben el kell vetnünk. A statisztikailag nem megfelelő eredmény nem azt jelenti, hogy a becsatlakozási szög a kiöblösödés létrejöttét máshogy befolyásolja a terepen mint laboratóriumi körülmények között, hanem az a kisebb adatszámra vezethető vissza.



4. ábra: A laboratóriumi (D_1) kiátlagolt örvénylési és a terepi (D_2) kiátlagolt kiszélesedő szakaszok hosszúságának ábrázolása a lejtőszög (α) illetve a becsatlakozási szögek (φ) függvényében.

Fig. 4. : Average values of turbulent data from laboratory experiment (D_1) and length of broader cross-sections zone, collected from karst area (D_2) as a function of slope angle (α) and junction angle (φ).

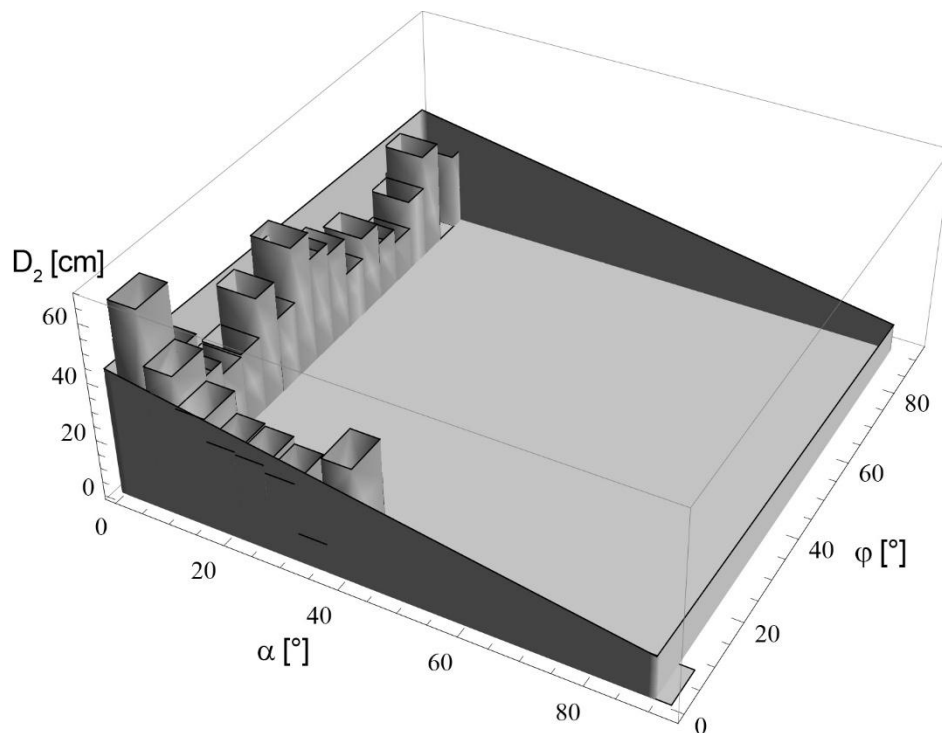
A p_i értékek alapján tett döntésünket ellenőriztük a t-próba egy másik megoldásával, ahol külön ki kellett számolnunk az egyes adatcsoportok összevetésekor a $|t_{sz(i)}|$ értékeket (vagyis számított értékek abszolút értékeit) és a $t_{kr(i)}$ kritikus értékeket. Ebben az esetben szintén 95%-os szinten vizsgáltuk a hipotézisünkben meghatározott feltétel alapján az adathalmazok közötti szignifikáns különbségeket. Döntésünket az alapján hoztuk, hogyha a $|t_{sz(i)}| > t_{kr(i)}$ akkor a különbséget szignifikánsnak ítéljük, tehát hipotézisünket elvetjük, ellenkező esetben, vagyis ha a $|t_{sz(i)}| < t_{kr(i)}$ akkor hipotézisünket igaznak vesszük. A lejtőszög függvényében vizsgált turbulencia és kiszélesedési szakaszok normált hosszainak két adatsora között $|t_{sz(1)}| = 2,033$ és $t_{kr(1)} = 2,306$ értékeket kaptuk, ahol $|t_{sz(1)}| < t_{kr(1)}$, tehát az előző vizsgálatunkkal teljesen egyező módon a feltételezésünket igaznak vehetjük. A becsatlakozási szög függvényében vizsgált turbulencia és kiszélesedési szakaszok normált hosszainak két adatsora között $|t_{sz(2)}| = 5,43$ és $t_{kr(2)} = 2,144$ értékeket kaptuk, ahol $|t_{sz(2)}| > t_{kr(2)}$, tehát az előző vizsgálatunkkal teljesen egyező módon a feltételezésünket ebben az esetben, ugyancsak a terepi adatok kisebb száma miatt, el kell vetnünk.

A kapott eredmények a 4. ábrán látható grafikonok alakjának változásaival is alátámaszthatók, hiszen látható módon sokkal inkább hasonló tendenciát mutatnak a lejtőszög függvényében az örvényléses és kiszélesedő szakaszok oszlopdigramjai, mint a becsatlakozási szögek függvényében ábrázolt esetben. A becsatlakozási szögek függvényében vizsgált szakaszok értékei több lokális maximum hellyel rendelkeznek és láthatóan nagyobb szóródást mutatnak.

Ha a terepi (D_2) és laboratóriumi (D_1) adatokat korreláció segítségével is megvizsgáljuk, azt tapasztaljuk, hogy a lejtőszög (α) szerint osztályozott szakaszok közötti korreláció négyzete $R_1^2 = 0,73$, amely arra enged következtetni, hogy az adatok inkább hasonlóságot mutatnak ebben az esetben, mint a becsatlakozási szög (φ) szerint vizsgált szakaszok közötti korreláció négyzetének értéke $R_2^2 = 0,33$. E vizsgálatnál a normált értékek közötti korreláció megegyezik a nem normált adatok közötti korrelációval, hiszen az adatok változásának jellege és aránya a két halmazban változatlan marad a normálás művelete után is (6. ábra).

4. Következtetések

Vizsgálatunkkal sikerült kimutatni, hogy a vályúkeresztmetszet-terület megnövekedésének szakaszossága (kiöblösödési hossz) a lejtőszög függvényében hasonlóan alakul a terepen, mint a laboratóriumban direkt

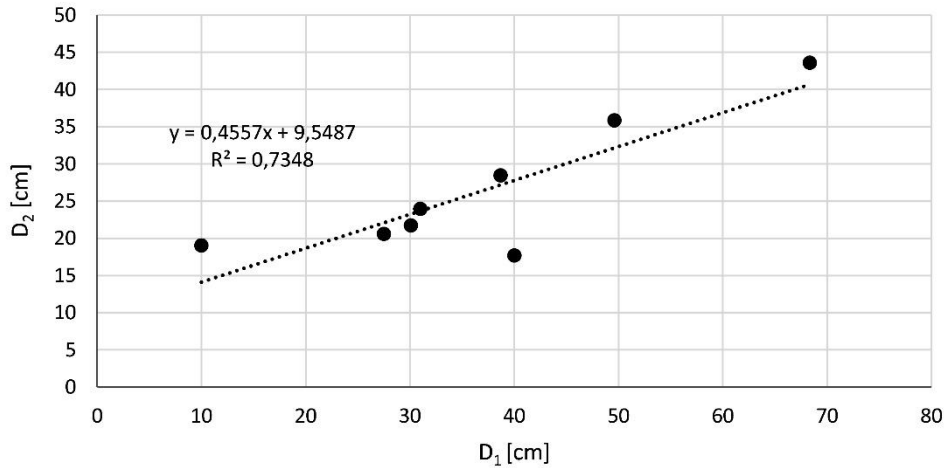


5. ábra: Az egyes lejtőszög családhoz tartozó, valamint az egyes becsatlakozási szög családokhoz tartozó értékek átlagolásából képezett oszlopdiagram, amelyet közrefog az adatok tendenciáját jelző – az ábrán áttetszőként szereplő - síkfelület alá rajzolt keret.

Fig. 5.: Bar chart with the averaged data of a given slope angle and junction angle family with a plot of frame, which upper – invisible - surface represents the tendency of data.

módon megfigyelt örvényléses szakasz hossza. Ezért a vályúk kiöblösödését tekintve összhang van a korábbi vizsgálatokkal, azt a vályú vízének turbulenciája okozza.

Nem tudjuk azonban egyértelműen, statisztikai módszerrel bizonyítani, hogy a becsatlakozási szögek függvényében a terepen a vályúkeresztmetszet-terület megnövekedésének szakaszossza szignifikánsan hasonlóan alakul-e, mint a laboratóriumban direkt módon megfigyelt örvényléses szakasz hossza. Bár a két grafikonon a lokális maximumhelyek és a tendencia alakulása szempontjából valamennyire hasonlóságot mutat, mégis azt láthatjuk a normált adatokból, hogy a laboratóriumi környezetben kialakított ideális vályú esetén arányaiban hosszabb turbulens szakaszok jönnek létre. Az összevetést ez nehezíti. A két adathalmaz közötti különbséget több hibaforrás is okozhatja, amelyek az alábbiak lehetnek:



6. ábra: A terepi adatok (D_2) a laboratóriumi adatok (D_1) függvényében történő ábrázolása, az adatok korrelációja, valamint az adatok tendenciáját szemléltető illesztett lineáris függvény és egyenlete

Fig. 6.: Representation of data from karst area (D_2) as a function of data from laboratory experiments (D_1) with the correlation coefficient and the fit linear function with its equation.

- a laboratóriumi és a terepen mért adatok számának eltérése
- a fővályú szintje mélyebben lehet, mint a becsatlakozó mellékvályúé, ez tovább növeli a turbulenciát, így a kiöblösödési szakasz hosszát
- 3 dimenziós turbulencia (térbeli csavart örvénylés) jöhet létre,
- a terepi vályú felületének érdekessége
- mellékvályú egyéb tulajdonságai: pl. vízhozamának eltérő aránya a fővályú vízhozamához képest

A laboratóriumi, illetve a terepi adatokból képzett két kétváltozós függvény tendenciájáról elmondhatjuk, hogy lokális maximumok előfordulnak mindkét esetben. A lejtőszög és a becsatlakozási szög növekedésének függvényében a tendencia csökkenést mutat (4, 5. ábra). Ez a csökkenő tendencia jól kimutatható a lejtőszög változása esetén, itt megállapíthatjuk, hogy tetszőleges, de rögzített becsatlakozási szög esetén minél meredekebb a lejtőszög, annál rövidebb a turbulencia szakasz hossza, így a kiöblösödő szakasz hossza is egyben. Rögzített lejtőszög esetén a becsatlakozási szög változtatásával a turbulencia valamint a kiöblösödő szakasz hosszának alakulására az adatok nagyobb szóródása miatt nem tudunk megállapítást tenni.

IRODALOM

- BÖGLI, A.* (1976): Die Wichtigsten Karrenformen der Kalkalpen – In: Karst Processes and Relevant Landforms. ISU Commission on Karst Denudation, Ljubjana pp. 141-149.
- CROWTHER J.* (1997): Surface, roughness and the evolution of karren forms at Llac de Tramuntana, Mallorca – Zeits. f. Geomorph. 41 pp. 393-407.
- DEÁK GY. – SAMU SZ. – PÉNTEK K. – MITRE Z. – VERESS M.* (2012): Vízáramlási modellkísérletek vályúrendszereken – Karsztfejlődés XVII. pp. 155-163.
- ECKERT M.* (1898): Die Karren oder Schratzen-Pet Mitteilungen, p. 69-71.
- FORD, D. C. – WILLIAMS, P. W.* (1989): Karst Geomorphology and Hydrology – Unwin Hyman, London, 601 p.
- FORD, D. C. – WILLIAMS, P. W.* (2007): Karst Hydrogeology and Geomorphology – John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 561 p.
- VERESS M. – ZENTAI Z. – PÉNTEK K. – EÓRY M. – MITRE Z.* (2009): Vályúfejlődés csupasz lejtőkön – Karsztfejlődés XIV. pp. 139-159.
- VERESS M.* (2010): Karst Environments: Karren Formation in High Mountains – Dordrecht; Heidelberg; London; New York: Springer, 230 p.
- VERESS M. – PÉNTEK K. – ZENTAI Z. – MITRE Z.* (2010): Vízágas vályúkarrok fejlődési típusai – Karsztfejlődés XV pp. 61-84.
- VERESS M. – ZENTAI Z. – PÉNTEK K. – MITRE Z.* (2011): Rinnenkarr rendszerek fejlődése – Karsztfejlődés XVI pp. 71-85.
- VERESS M. – ZENTAI Z. – PÉNTEK K. – MITRE Z. – DEÁK GY. – SAMU SZ.* (2012): Vályúrendszerek fővályúinak fejlődése – Karsztfejlődés XVII pp. 131-154.
- VERESS, M. – ZENTAI, Z. – PÉNTEK, K. – MITRE, Z. – DEÁK, GY. – SAMU, SZ.* (2013): Flow dynamics and shape of rinnenkarren systems – Geomorphology 198: pp. 115-127.
- WHITE, B. W.* (1988): Geomorphology and Hydrology of karst terranes – Oxford University Press, Oxford, 464 p.