KARSZTFEJLŐDÉS V.
Szombathely, 2000. pp. 211-222.

A MÉSZTUFAGÁTAK SZEREPE A BÉKE-BARLANG ÁRHULLÁMAINAK LEVONULÁSÁBAN

SZUNYOGH GÁBOR

Berzsenyi Dániel Főiskola, Fizika Tanszék,
9700 Szombathely, Károlyi Gáspár tér 4.

Abstract: This paper shows the pure physical model of the Baradla cave's lakes hydrological system formed by rimstone bars. We create the non-linear differential equation system defining the lake's water balance, which takes into account the non-linear connection between the discharge of the water tumbling over on the rimstone bars and the water depth measured above the top of the bar. The equation system – in absence of analytic solution – has been solved with the help of a computer. It is out, that the velocity of the flood wave strongly depends on the water discharge, and its value in all cases is lower than 2,5 m/s calculated with "traditional" formulas relative to flood waves. The temporal conformation of the theoretically determined water discharge of the spring strongly approaches the effective rating curves of the Komlós spring.

Ismeretes, hogy a karsztforrások árvízi tevékenysége fontos szerepet játszik egy-egy földalatti vízrendszer hidrológiai megítélésében, hiszen vizük fizikai-kémiai elemzésével számos, a karsztvíztározóik működésére vonatkozó ismeret nyerhető. A források vízhozamgörbéjéből egyebek mellett következtetni lehet pl. a karsztos vízvezető járatok méretére, esetleges elágazásaira (*JAKUCS, L.* 1953, 1956, 1960), szivornyás felépítésére (*MAUCHA L.* 1967), vagy pl. a víztározó mészkőösszletet átjáró hasadékrendszerek jellemzőire (*MAUCHA L.* 1989, *IZÁPY G. – MAUCHA L.*, 1993). A források és víztározóik kapcsolatára vonatkozó megállapítások azonban az esetek többségében közvetlen megfigyelésekkel és mérésekkel nem igazolhatók, mert a forrásokhoz általában nem kapcsolódnak ismert, ember számára is járható, átmenő patakos barlangok. Következésképp egy-egy földalatti vízrendszer megismerése általában un. „*fekete doboz*" problémaként kezelendő: a víznyelőkön át be-, ill. a forrásokon kijutó víz analíziséből kell következtetni a karszthegységek belsejében lezajló folyamatokra.

Különleges jelentőségű ezért a jósvafői Komlós-forrás, mert vizének földalatti útja (a Béke-barlangnak köszönhetően) gyakorlatilag teljes hosszában ismert. Minthogy az elmúlt években elkészült a Béke-barlang 1:100 méretarányú, minden részletre kiterjedő térképe (bele értve a Komlós-patak földalatti medrének valamennyi, hidrológiai szempontból lényeges elemének felmérését), lehetőség nyílt e vízrendszer folyamatainak közvetlen

méréseken alapuló modellezésére. Egy ilyen modellezéssel értelmezhetők a már korábban felvett forrásdiagramok sajátosságai, ill. számszerűen alátámaszthatók a karsztforrások árvízi tevékenységére vonatkozó hipotézisek-elméletek. E kérdéskörhöz kapcsolódva jelen cikkben bemutatunk egy olyan matematikai-fizikai modellt, mely alkalmas a Béke-barlangi mésztufagátak árhullám-módosító szerepének számszerű megítélésére.

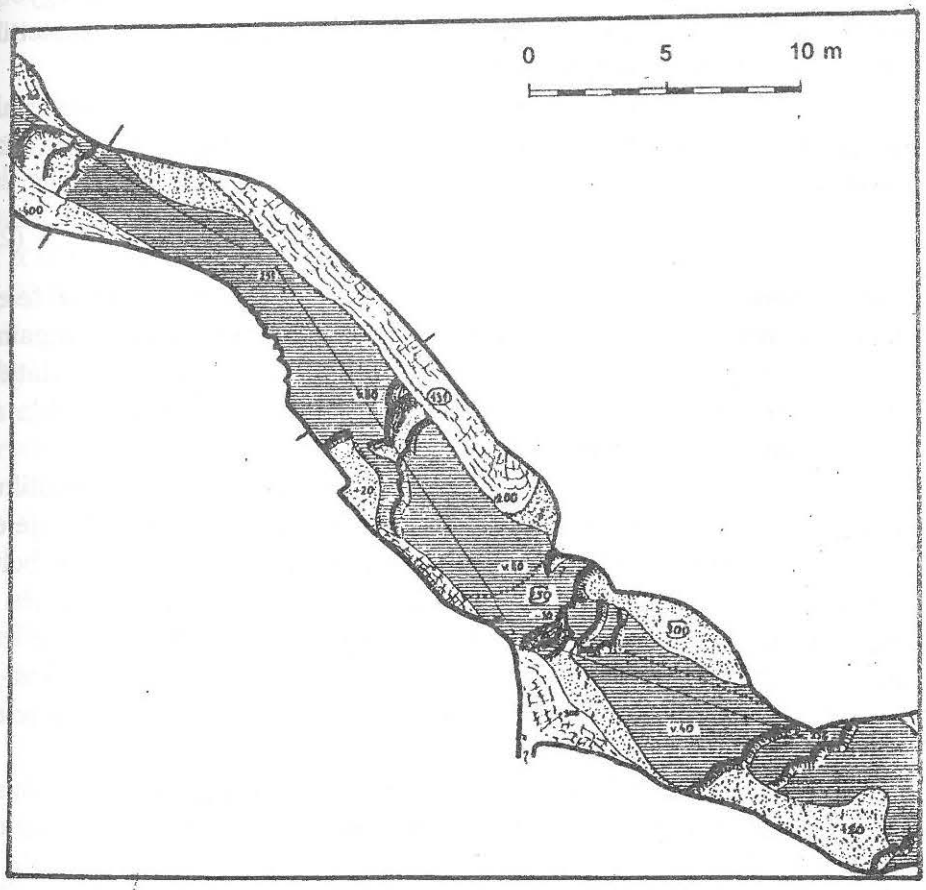
Tapasztalat szerint (*JAKUCS L.* 1960) a Béke-barlangon végig vonuló árhullámok lényegesen lassabban haladnak, mint azt az árhullámok sebességére vonatkozó *„szokásos"*

$$c = \sqrt{gH} \qquad (1)$$

képlet alapján várni lehetne [1]. (Az (1)-ben g a nehézségi gyorsulást, H a víz mélységét jelöli).A Béke-barlang 0,6-méteres átlagos vízmélységét alapul véve az (1)-szerint ui. 2,5 m/s-os hullámsebesség volt várható, a tényleges mérések (a Nagy-völgyi-víznyelő működésének megindulásától a Komlós-forrás vízhozam-emelkedéséig terjedő idő alapján számítva) viszont mindössze 0,8 m/s-ot mutattak. (A gátakkal kialakított tómedencék feltöltődési idejét figyelmen kívül lehet hagyni, mert az árvizeket mindig megelőzi egy olyan csapadékos időszak, ami alatt a tavak már feltöltődnek. (*JAKUCS*, 1960)). Alább arra keressük a választ, hogy ez a szignifikáns eltérés magyarázható-e a mésztufagátak fékező hatásával.

A Komlós-patak felső (azaz a Nagy-völgyi víznyelő felé eső) végétől a Nagytufáig egyenletes esésű; hidrológiai szempontból *"hagyományos"* pataknak tekinthető. Ezzel szemben a Nagytufától az Óriás-teremig — néhány, rövid szakaszt leszámítva— a patak öszefüggő *"kaszkád-láncot"* alkot, azaz 0,5–1,5 méter mély tavak sorozatából áll. E tavakat (melyek száma 123) a vízből kirakódó, folyamatosan növekedő mésztufagátak duzzasztják fel.

Az (1) által megadott összefüggés az árvíz hullámsebességére vonatkozik, mely az árhullám valamely jellemző paraméterének, pl. tetőzési pontjának, vagy (özönár szerű árvíz esetén) a hullám frontját képező függőleges vízfal haladási sebességeként értelmezhető. (A hullámsebesség természetesen nem tévesztendő össze a víz áramlási sebességével, amely a patak vízrészecskéinek mozgási sebessége.) Jelen esetben az utóbbi értelmezést használjuk.



1. ábra. A Béke-barlang mésztufagátakkal díszített egyik járatszakaszának térképe
Fig. 1: Map of a passage section decorated by rimstone bars in the Béke cave.

Amint az *1. ábra* mutatja, a mésztufagátak többségének nyomvonala kanyargós, sok esetben a járat hossztengelyével hegyes szöget bezáró, vagy nem ritkán azzal párhuzamosan futó. A gátak által felduzzasztott tavak alaprajza is szabálytalan, mind területükben, mind mélységükben rendkívül különbözők. Az Öt-tufa által létrehozott tó felszíne pl. 29,2 m^2, a Szép-tufa mögött viszont 168,4 m^2-es medence alakult ki. A legnagyobb tó (mely a Vaskaput megelőzőleg terül el) 458,3 m^2, a legkisebb (a Nagy-omlás alatti medencék egyike) mindössze 3 m^2.

A barlang térképezéséhez kapcsolódóan elkészítettük e tórendszer hidrológiai szelvényét is (*KISBÁN J.—SZUNYOGH G.* 1998), melynek keretében meghatároztuk (szintezéssel) az egyes tavak tengerszínt feletti magasságát, alapterületét, gátkoronáinak hosszát és átlagos- ill. legnagyobb mélységét. Mindezen adatokat részben a barlang hosszmetszetén tüntettük fel, részben táblázatosan dolgoztuk fel.

Az árhullám elméleti modellezése nyomán arra vagyunk kíváncsiak, hogy miképp változik az egyes tavak vízállása az idő függvényében, azaz keressük a

$$H_i = H_i(t) \qquad (2)$$

függvényt, ahol H_i jelenti az i-edik tó duzzasztó gátjának koronája felett átbukó víz mélységét. (Más szavakkal: H_i a telítődött tavak nyugalmi vízszintjéhez viszonyított vízállását jelenti). Mármost ha egyszerre tekintjük valamennyi tó vízállását, akkor kirajzolódik előttünk az árhullám alakja az adott időpillanatra vonatkozólag.

Számításaink során eltekintünk a tavak felszínének hidraulikus esésétől, azaz felszínűket vízszintesnek vesszük. Ez az elhanyagolás jelen problémánál megengedhető, hiszen a hidraulikus esés egy-egy tavon belül mindössze néhány milliméter, tehát elhanyagolható a az árvizek idején a gátak koronája felett átbukó víz 10-20 centiméteres mélysége mellett. (Természetesen a tavakon belüli áramlási sebességek meghatározásánál a hidraulikus esés már feltétlenül figyelembe veendő lenne. Ez azonban jelen esetben nem célunk.)

A mésztufagátakat igen jó közelítéssel un. téglalap alakú bukónak tekinthetjük, mert koronahosszuk nagyságrendekkel meghaladja a rajtuk átömlő víz mélységét, és —megfigyelésink szerint— a vízsugár-kontrakció is elenyésző.

Modellünkben eltekintünk attól az extrém esettől, amikor a barlangi árvíz függőleges vízfalat alkotva rohan végig a barlangon, és egy-egy tavon belül is jelentős vízállásküllönbségeket eredményez. Ilyen jellegű árvizek

elsősorban olyan barlangokban (pl. a Baradlában) fordulnak elő, ahol az áradások szabad levonulását keresztgátak nem akadályozzák. A Béke-barlangi árvizek arculatát mindenek előtt a vízesés-tevékenység látványos felerősödése jellemzi.

A modellezés során felhasználjuk a bukógátakra vonatkozó

$$Q = \alpha B\sqrt{2gH^3} \tag{3}$$

összefüggést, ahol Q az átbukó víz hozama, B a gát koronahossza, g a nehézségi gyorsulás, α pedig az un. átbukási tényező, mely függ egyrészt a bukó előtti M vízmélységtől és az átbukó vízréteg H vastagságától. Értéke az

$$\alpha = 0{,}615\left(1+\frac{1}{1000H+1{,}6}\right)\left[1+\frac{H^2}{(M+H)^2}\right] \tag{4}$$

összefüggéssel számítható (*NÉMETH E.* 1954). Jelen tanulmány megírásának idején a (4) összefüggés érvényének a Béke-barlangi körülményekre vonatkoztatott kísérleti ellenőrzésére még nem került sor. Elképzelhető, hogy az α tényezőben szereplő számadatok értéke esetleg némileg módosul, de az $\alpha(H,M)$ függvény jellege feltehetőleg ugyan olyan marad, azaz a számértékekben mutatkozó differencia következtetéseink lényegi részét nem érinti.

A modellezés során induljunk ki abból, hogy a tömegmegmaradás törvénye értelmében valamely tó vízkészletének Δt idő alatt bekövetkező ΔV bővülése egyenlő az ezen idő alatt a tóba befolyó ill. a tóból kifolyó víz V_{Be} ill. V_{Ki} térfogatának különbségével:

$$\Delta V = V_{Be} - V_{Ki}. \tag{5}$$

Ha a Δt idő eleendően rövid, akkor V_{Be} és V_{Ki} a tufagátakon átömlő víz hozamának ismeretében

$$_{Be} \cong Q_{Be} \cdot \Delta t, \tag{6}$$

ill.

$$_{Ki} \cong Q_{Ki} \cdot \Delta t, \tag{7}$$

melyeket az (5)-be helyettesítve:

$$\Delta V \cong (Q_{Be} - Q_{Ki})\Delta t. \tag{8}$$

A közelítés annál jobb, minél rövidebb Δt.

Ha a (8)-at az i-edik tó feltöltődésére alkalmazzuk, akkor a befolyó víz hozamának számításánál az előző (i–1-edik) tó gátján átbukó víz hozamát kell számításba vennünk, mely a (3) alapján

$$Q_{Be} \cong \alpha_i B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}}\,. \tag{9}$$

Hasonlóképp a kifolyó víz hozamát az

$$Q_{Ki} \cong \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}} \tag{10}$$

szolgáltatja, ahol

$$\alpha_i = 0{,}615\left(1+\frac{1}{1000H_i+1{,}6}\right)\left[1+\frac{H_i^{\ 2}}{(M_i+H_i)^2}\right] \tag{11}$$

A tó vize nyilván csak úgy tud bővülni, ha vízállása növekszik. Jelölje a Δt idő alatt bekövetkezett növekedést ΔH_i. Így a vízkészlet növekménye

$$\Delta V_i = A_i \cdot \Delta H_i. \tag{12}$$

Q_{Be}, Q_{Ki} és ΔV kifejezéseit a (8)-ba helyettesítve:

$$A_i \cdot \Delta H_i \cong \left(\alpha_{i-1} B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}} - \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}}\right)\Delta t\,. \tag{13}$$

Mindkét oldalt elosztva Δt-vel

$$A_i \cdot \frac{\Delta H_i}{\Delta t} \cong \alpha_{i-1} B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}} - \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}} \tag{14}$$

kifejezést nyerjük. Mivel a fent írottak értelmében e közelítés annál jobb, minél kisebb Δt, ezért ha Δt-vel minden határon túl nullához tartunk, akkor a (14) közelítés hibája eltűnik, azaz egyenlőséggé válik. Tehát

$$A_i \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta H_i}{\Delta t} = \alpha_{i-1} B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}} - \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}}\,. \tag{15}$$

Mivel a bal oldalon álló határérték éppen H idő szerinti deriváltját jelenti, ezért a (15) átírható

$$A_i \cdot \frac{dH_i}{dt} = \alpha_{i-1} B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}} - \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}}. \qquad (16)$$

alakba. A (16) megadja az i-edik tó vízállásának differenciálegyenletét.

Az első tó esetében a beömlő víz hozamát nem az előző tóból átömlő víz határozza meg, hanem a barlangi patakot tápláló víznyelő Q_0 hozama:

$$Q_{Be} = Q_0(t). \qquad (17)$$

Ennek megfelelően az első tó vízállását a

$$A_1 \cdot \frac{dH_1}{dt} = Q_0(t) - \alpha_1 B_1 \sqrt{2gH_1^{\ 3}} \qquad (18)$$

differenciálegyenlet szolgáltatja.

A tórendszerből a forráson át kifolyó víz Q_F hozama pedig az utolsó (N-edik) tó gátján átömlő víz hozamával egyezik meg, azaz:

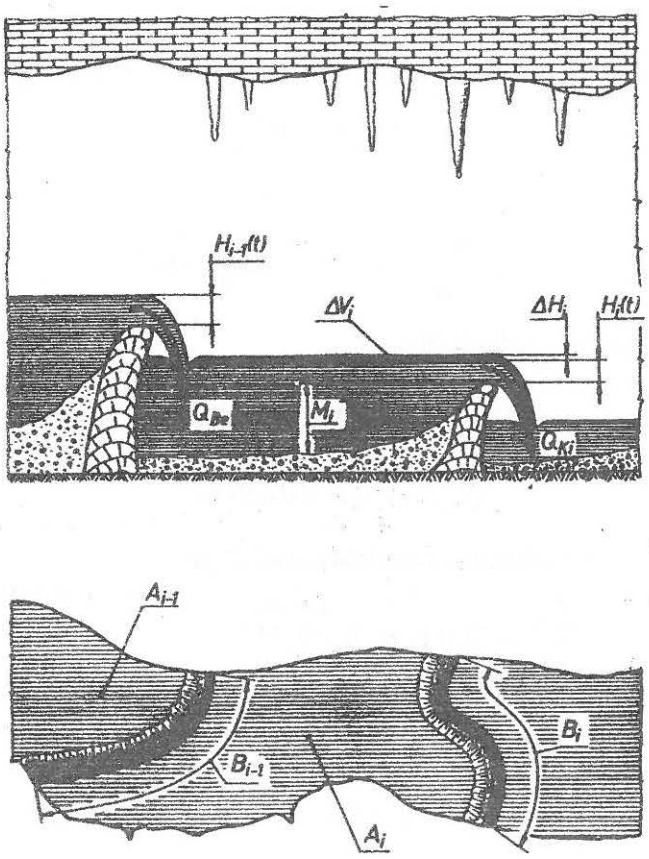
$$Q_F = \alpha_N B_N \sqrt{2gH_N^{\ 3}}. \qquad (19)$$

A tórendszer hidraulikai működése tehát az

$$\begin{cases} A_1 \cdot \dfrac{dH_1}{dt} = Q_0(t) - \alpha_1 B_1 \sqrt{2gH_1^{\ 3}} \\ A_2 \cdot \dfrac{dH_2}{dt} = \alpha_1 B_1 \sqrt{2gH_1^{\ 3}} - \alpha_2 B_2 \sqrt{2gH_2^{\ 3}} \\ A_3 \cdot \dfrac{dH_3}{dt} = \alpha_2 B_2 \sqrt{2gH_2^{\ 3}} - \alpha_3 B_3 \sqrt{2gH_3^{\ 3}} \\ \vdots \\ A_i \cdot \dfrac{dH_i}{dt} = \alpha_{i-1} B_{i-1} \sqrt{2gH_{i-1}^{\ 3}} - \alpha_i B_i \sqrt{2gH_i^{\ 3}} \\ \vdots \\ A_N \cdot \dfrac{dH_N}{dt} = \alpha_{N-1} B_{N-1} \sqrt{2gH_{N-1}^{\ 3}} - \alpha_N B_N \sqrt{2gH_N^{\ 3}} \end{cases}$$

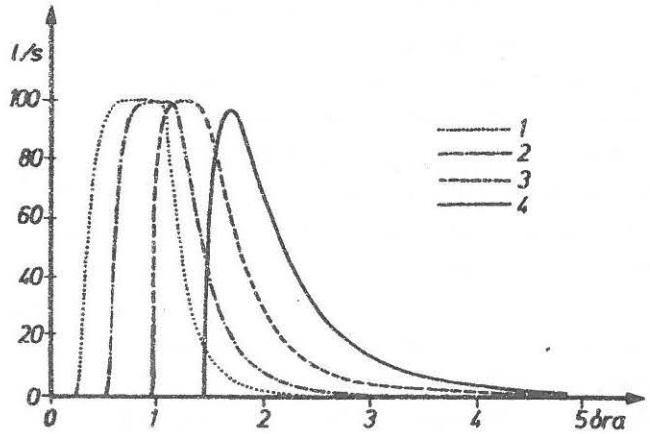
N-ismeretlenes, közönséges, nemlineáris differenciálegyenlettel modellezhető. Kezdeti feltételül az egyes tavak t=0 időpontbeli vízállása adandó meg:

$$H_i(t)\big|_{t=0} = H_{io}, \quad i = 1,2,3,\ldots,n. \tag{21}$$



2. ábra. Egy mésztufagátakkal lehatárolt tómedence feltöltődési folyamatának matematikai jellemzéséhez szükséges mennyiségek

Fig. 2: The necessary quanta for the mathematical characterisation of the filling up process of a lake-basin bordered by rimstone bars.



3. ábra. A Béke-barlangon végigvonuló árhullám vízhozama a barlang néhány nevezetes pontjánál egy Q_0=100 liter/sec vízhozamú, egyórás időtartamú víznyelőműködés következtében
(1: Öt-tufa; 2: Kötélhágcsós-szifon; 3: Búvárruhás-szifon; 4: Komlós-forrás)
Fig. 3: Water discharge of a flood wave marching through the Béke cave at some significant points in consequence of a one hour sinkhole drainage with a discharge of Q_0=100 l/s.
Legend: 1.Öt-tufa, 2. Kötélhágcsós-siphon, 3. Búvárruhás-siphon, 4. Komlós-spring.

Megoldása zárt alakban csak speciális esetekben lehetséges. *VÁGÁS I.* (1990) pl. ennek linearizált változatával foglalkozott, ami jó közelítést szolgáltat akkor, ha a vízállásnövekmény csekély a gáton átömlő víz kezdeti vízállásához képest. Jelen esetben azonban ezzel a feltételezéssel nem élhetünk, mert az árhullámok fékeződését ill. elhúzódását éppen az okozza, hogy viszonylag kis vízállások esetén a vízhozam hatványozottan kisebb, mint a linearizált modell szerint. Következésképp a Béke-barlangi árhullámok modellezésénél számítógépi (numerikus) megoldást kellett keresni.

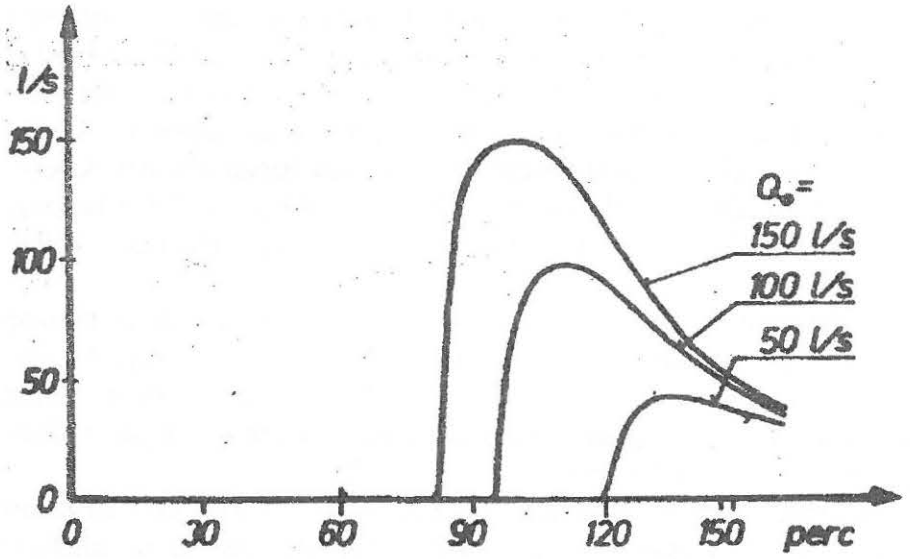
A számítógépes megoldás (A_i, B_i, M_i) bemenő adatait a Béke-barlang 1:100-as térképéről olvastuk le, és foglaltuk táblázatba. A víznyelő $Q_0(t)$ vízhozamát szintén bemenő paraméterként kezeltük, de lehetővé tettük változtatását, azaz a program a víznyelő működésének bármilyen időbeli alakulását figyelembe tudja venni.

Elsődleges kimenő paraméter a Komlós-forrás (19)-cel megadott vízhozama (az idő függvényében), de a program lehetőség ad az árhullám barlangbeli haladásának a modellezésére is, a (10) összefüggés alkalmazása révén.

Jelen tanulmányban olyan víznyelőműködések esetére mutatjuk be a Béke-barlang árhullámainak modellezését, melyek egy órás időtartamúak, és vízhozamuk ezen időszakon belül állandó.

A *3. ábra* a Béke-barlangon végigvonuló árhullám vízhozamát mutatja egy Q_0=100 liter/sec vízhozamú, egyórás időtartamú víznyelőműködés következtében. Látható, hogy a barlang víznyelőhöz közeli részén (az Öt-tufánál) a vízhozam viszonylag gyorsan felfut a maximális értékre, majd egy közel egyórás stagnálás után viszonylag gyorsan lecsökken. A víznyelőtől távolabbi pontokon (a Kötélhágcsós- ill. a Búvárruhás-szifonok közelében) a legnagyobb vízhozam elérése lassúbb ütemű felfutás eredményeképpen jelenik meg, és tovább tart az apadási időszak is. A Komlós forrásra vonatkozó görbe pedig már egyáltalán nem emlékeztet a víznyelő (konstans) vízhozam görbéjére, hanem időben hosszan elnyúló lecsengéssel jellemezhető.

A *3. ábrából* kiolvasható az is, hogy a Komlós-forrásnál mintegy másfél órás késéssel jelentkezett az első vízhozam-növekedés (a víznyelőműködés kezdetétől számítva), és majdnem két óra telt el, míg a vízhozam elérte maximumát. Az elméleti modell tehát számot ad a tufagátak árhullám-módosító szerepéről.



4. ábra. A Komlós-forrás vízhozamának alakulása különböző vízhozamú víznyelőműködések esetén
Fig. 4: Conformation of water discharge of the Komlós-spring at sinkhole drainage of different dishcarge.

A *4. ábra* a Komlós-forrás vízhozamát különböző (Q_0=50-, 100- és 150 liter/sec) hozamú víznyelőműködések esetére vonatkozólag szemlélteti. Feltűnő, hogy a nagyobb vízhozamú árhullámok hamarabb megjelennek a forrásnál, azaz az árhullámok tényleges sebessége függ az árvizek méretétől. Ez meglepő, hiszen az árhullámok terjedési sebességére általában használatos (1) összefüggés a vízhozamot nem tartalmazza paraméterként, azaz vízhozamfüggetlen.

A mésztufagátaknak a fent bemutatott egzakt, matematikai úton nyomon követett fékező hatása verbálisan úgy magyarázható, hogy tavaikba bezúduló vizet visszatartják, mert csak annyi vizet engednek tovább, amennyi a pillanatnyi vízállásuk alapján (a (3) képlet szerint áteresztheto. Ha több víz ömlik egy tóba, mint amennyi gátkoronája felett (adott vízmélység mellett) kiereszthető lenne, akkor a befolyó víz felhalmozódik. E felhalmozódás természetesen a vízállás növekedését, és így a tavat elrekesztő tufagát áteresztőképességét is megnöveli, de —a tó felszínének területétől függően— késleltetve.

Az elméleti—fizikai analízis által nyert vízhozamgörbék jó egyezést mutatnak a Komlós-forrás vízhozamának a szakirodalomban közzétett görbéivel.

IRODALOM

IZÁPY, G.-MAUCHA, L. (1993): Hydrochemisry of the karst springs in the Jósvafő region (A Jósvafő környéki források vízkémiája) - Conference on the Karst and Cave Research Activities of Educational and Research Institutions in Hungary (Az oktatási és Kutatási Intézmények III. Országos Találkozója. Jósvafő), 1993. p. 91-101

JAKUCS, L. (1953): A Béke-barlang felfedezése - Művelt nép könyvkiadó, Budapest,1953

JAKUCS, L. (1956): A barlangi árvizekről — Földrajzi közlemények, 1956. 4. p. 381-400.

JAKUCS, L. (1960) Az aggteleki barlangok genetikája a komplex forrásvizsgálatok tükrében — Karszt és Barlangkutatás. Budapest, p. 37-67

KISBÁN, J.-SZUNYOGH, G. (1995): A Béke-barlang 1:100 léptékű atlasza — Barlangtani Intézet. Budapest

MAUCHA, L. (1967): Karsztos szivornyák, mint hidraulikai jelfogók— Karszt és barlang, I. p. 11-16

MAUCHA, L. (1989): Karst water resources research in Hungary and its significance— Karszt és Barlang. Special Issue, Budapest, p. 39-50
NÉMETH, E. (1954): Hidrológia és hidrometria— Tankönyvkiadó, Budapest.
SZUNYOGH, G. (1997): A Rewiew and Evaluation of the Speleological Values of the Béke Cave Aiming at a Comprehensive Scientific Research Program —Proceedings of the "Research, Conversation and Management" Conference Aggtelek, 1996. V. 1- 5. 1997. é. II. k. p. 241-247
VÁGÁS, I. (1990): Egységes valószínűségi leírás vízmozgások Froude-féle állapotaira, a Doppler-hatásra, a lineáris kaszkádmodellre és a vonal menti bolyongás egyes eseteire—Hidrológiai közlöny. p. 65-69.